



الجمهوريَّةُ العربيَّةُ السُّورِيَّةُ
وزارة التربية والتعليم
قطاع المناهج والتوجيه
الإدارة العامة للمناهج

الرياضيات

كتاب التمارين لصف الأول الثانوي

فريق التأليف

د. شكيب محمد باجرش / رئيساً

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| أ. سالمين محمد باسلوم (منسقاً) | د. أمة الآله علي حمد الحوري |
| د. محمد علي مرشد | د. عوض حسين البكري |
| أ. يحيى بكار مصفر | د. محمد رشاد الكوري |
| أ. عبدالباري طه حيدر | د. محمد حسن عبده المسوري |
| أ. نصر محمد بدر | د. عبدالله سالم بن شحنة |
| أ. جميلة إبراهيم الرازحي | د. عبد الرحمن محمد مرشد الجابري |
| أ. عادل علي مقبل البناء | د. علي شاهر القرشي |
| أ. مريم عبدالجبار سلمان | أ. مريم عبد الله عثمان |
| أ. يحيى محمد الكنز | أ. يحيى محمد الكنز |

الإخراج الفني

عبد الرحمن حسين المهرس الصنف الطباعي والتصميم

تدقيق التصميم : حامد عبدالعالم الشيباني

م٢٠١٤ هـ / ١٤٣٥



النَّبِيُّ الْوَطَّانِيُّ

ردددي أيتها الدنيا نشيد
رددديه وأعيدي وأعيدي
واذكري في فرحتي كل شهيد
وامتحيه حلالاً من ضوء عيدي

رددی أیتها الدنيا نشیدی
رددی أیتها الدنيا نشیدی

وَهُدْتِي .. وَهُدْتِي .. يَا نَسِيلًا رَاعِيَا يَمْلأُ نَفْسِي
أَنْتَ عَهْدٌ عَالِقٌ فِي كُلِّ ذَمَّةٍ
أَخْلَدِي خَافِقَةً فِي كُلِّ قَمَّةٍ
وَادْخُرِينِي لَكِ يَا أَكْرَهِ أُمَّةٍ

عشّت إيمانني وحبّي أمّياً
ومسـيرـي فـوق درـبـي عـربـياـ
وسـبـقـي نـبـض قـلـبـي يـمـنـيـاـ
لن تـرـى الدـنـيـا عـلـى أـرـضـي وـصـيـاـ

المصدر: قانون رقم (٣٦) لسنة ٢٠٠٦ بشأن السلام الجمهوري ونشيد الدولة الوطنية للجمهورية اليمنية

أعضاء اللجنة العليا للمناهج

أ. د. عبد الرزاق يحيى الأشول.

- أ/ علي حسين الحيمي.
 د/ أحمد علي المعمرى.
 أ/د/ صالح عوض عرم.
 د/ إبراهيم محمد الحوسي.
 د/ شكيب محمد باجرش.
 أ/د/ داود عبدالمالك الحدادي.
 أ/ م ح م د هادي طواف.
 أ/د/ آنيس أحمد عبدالله طائع.
 أ/ محمد عبدالله زيارة.
 أ/ عبدالله علي إسماعيل.
 د/ عبد الله سلطان الصالحي.

د/ عبدالله عبده الحامدى.
 د/ صالح ناصر الصوفى.
 أ/د/ محمد عبد الله الجنداوى.
 أ/ عبد الكريم محمد الجنداوى.
 د/ عبدالله علي أبو حورية.
 د/ عبدالله ملس.
 أ/ منصور علي مة بل.
 أ/ أحمد عبدالله أحمد.
 أ/د/ محمد سرحان سعيد المخلافي.
 أ/د/ محمد حاتم المخلافي.

قررت اللجنة العليا للمناهج طباعة هذا الكتاب .

سبع لغات لغير لغتين

تقديم

في إطار تنفيذ التوجهات الرامية للاهتمام بنوعية التعليم وتحسين مخرجاته تلبية للاحتياجات ووفقاً للمتطلبات الوطنية.

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم في إطار توجهاتها الإستراتيجية لتطوير التعليم الأساسي والثانوي على إعطاء أولوية استثنائية لتطوير المناهج الدراسية، كونها جوهر العملية التعليمية وعملية ديناميكية تتسم بالتجدد والتغيير المستمر لاستيعاب التطورات المتسارعة التي تسود عالم اليوم في جميع المجالات.

ومن هذا المنطلق يأتي إصدار هذا الكتاب في طبعته المعدلة ضمن سلسلة الكتب الدراسية التي تم تعديليها وتنقيحها في عدد من صفوف المرحلتين الأساسية والثانوية لتحسين وتجويد الكتاب المدرسي شكلاً ومضموناً، لتحقيق الأهداف المرجوة منه، اعتماداً على العديد من المصادر أهمها: الملاحظات الميدانية، والمراجعات المكتبية لتلافي أوجه القصور، وتحديث المعلومات وبما يتناسب مع قدرات المتعلم ومستواه العمري، وتحقيق الترابط بين المواد الدراسية المقررة، فضلاً عن إعادة تصميم الكتاب فنياً وجعله عنصراً مشوقاً وجذاباً للمتعلم وخصوصاً تلاميذ الصفوف الأولى من مرحلة التعليم الأساسي.

ويعد هذا الإنجاز خطوة أولى ضمن مشروعنا التطويري المستمر ل المناهج الدراسية ستتبعها خطوات أكثر شمولية في الأعوام القادمة، وقد تم تنفيذ ذلك بفضل الجهود الكبيرة التي بذلها مجموعة من ذوي الخبرة والاختصاص في وزارة التربية والتعليم والجامعات من الذين أنضجتهم التجربة وصقلهم الميدان برعاية كاملة من قيادة الوزارة والجهات المختصة فيها.

ونؤكد أن وزارة التربية والتعليم لن تتوانى عن السير بخطى حثيثة ومدروسة لتحقيق أهدافها الرامية إلى تأهيل الجيل وتسلیحه بالعلم وبناء شخصيته المترنة والمتكاملة القادرة على الإسهام الفاعل في بناء الوطن اليمني الحديث والتعامل الإيجابي مع كافة التطورات العصرية المتسارعة والمتغيرات المحلية والإقليمية والدولية.

أ. د. عبدالرزاق يحيى الأشول

وزير التربية والتعليم

رئيس اللجنة العليا للمناهج

مقدمة

الحمد لله رب العالمين والصلوة والسلام على أشرف الأنبياء والمرسلين محمد بن عبدالله الصادق الأمين وبعد،

فإننا نضع هذا الكتاب وهو «كتاب التمارين» بين أيدي أبناءنا الطلبة في الصف الأول الثانوي آملين أن يجدوا فيه الفائدة المرجوة.

إن هذا الكتاب وما يحتويه من تمارين على وحدات الكتاب المدرسي بجزئيه الأول والثاني يحتوي بعض التمارين المشابهة لما ورد في كتاب الطالب والبعض الآخر إثرائي، حيث أن بعض التمارين المتضمنة فيه متعددة الأفكار والمستويات، وتختلف بعض الشيء عما هو في كتاب الطالب.

وعليه فإن كتاب التمارين يحتوي على تمارين ومسائل وتطبيقات إضافية كما في كتاب الطالب.

ولهذا يرى فريق التأليف أن يُكلف المدرس طلبه بحل تمارين ومسائل الوحدات المقابلة لوحدات الكتاب المدرسي وخاصة عند الانتهاء من تدريس الوحدة وتحضيرًا لاختبار الوحدة والاختبارات الشهرية.

ولهذا فإننا ننظر بشوق بالغ أن يوافينا كافة المدرسين وال媢جهين والمعنيين بالأمر بلاحظاتهم حول فكرة هذا الكتاب (كتاب التمارين) للاستفادة منها. وفقنا الله جميـعاً فهو ولـي التوفيق والهادي إلى سـواء السـبيل ..

المؤلفون

المحتويات

الصفحة

الموضوع

٦	الوحدة الأولى : المنطق الرياضي
٩	الوحدة الثانية : التطبيقات
١٣	الوحدة الثالثة : القوى والجذور
٢٠	الوحدة الرابعة : الحدوديات
٢٣	الوحدة الخامسة : البنى الجبرية
٢٧	الوحدة السادسة : المعادلات والمتراجحات
٣٢	الوحدة السابعة : حساب المثلثات
٣٦	الوحدة الثامنة : الهندسة الاحادية والتحويلات
٤٢	الوحدة التاسعة : المتجهات
٤٦	الوحدة العاشرة : الإحصاء

تمارين عامة وسائل

١ أي من العبارات الآتية صائبة وأي منها خاطئة مع تصويب الخطأ أينما وجد.

(أ) لأي قضيتين A ، B يكون $\sim(A \wedge B) \equiv \sim A \wedge \sim B$.

(ب) نفي القضية «بعض الطلاب غائبون» هو القضية «كل الطلاب غائبون».

(ج) إذا كانت A قضية صائبة وب قضية خاطئة فإن القضية $(A \leftarrow B)$ خاطئة.

(د) لأي قضيتين A ، B يكون $: A \leftrightarrow B \equiv (A \leftarrow B) \wedge (B \leftarrow A)$.

(هـ) لأي قضيتين M ، N : $(M \equiv N) \iff (M \leftarrow N)$.

٢ القضايان التاليتان صائبتان :

الأولى: $S = 2$ جذر للمعادلة $(S - 2)(S - 3) = 0$

الثانية: $S = 3$ جذر للمعادلة $(S - 2)(S - 3) = 0$

بين أيِّ القضايا التالية صائبة وأيهما خاطئة:

(أ) جذراً المعادلة $(S - 2)(S - 3) = 0$ هما ٢ وَ ٣

(ب) أحد جذري المعادلة $(S - 2)(S - 3) = 0$ هو ٢ أو ٣

(ج) أحد جذري المعادلة $(S - 2)(S - 3) = 0$ هو ١ أو ٣

(د) جذراً المعادلة $(S - 2)(S - 3) = 0$ هما -١ وَ ٤

(هـ) أحد جذري المعادلة $(S - 2)(S - 3) = 0$ هو -١ أو ٤

٣ هل القضايان $A \leftarrow B$ ، $B \leftarrow A$ متكافئتان؟ علل إجابتك.

٤ أعط مثالاً توضح فيه أن صواب الاقتضاء $A \leftarrow B$ لا يؤدي بالضرورة إلى

صواب الاقتضاء $B \leftarrow A$

٥ لأيِّ ثلات قضايا A ، B ، C بين أن كلاً من القضايا التالية صائبة منطقياً:

(أ) $(A \wedge B) \leftarrow B$ (ب) $(A \wedge B) \leftarrow A$

(ج) $[A \leftarrow B] \wedge [B \leftarrow C] \leftarrow [A \leftarrow C]$

٦ لأي قضايانا ، ب أثبت أن:

$$1 \leftrightarrow b \equiv (\sim 1 \wedge b) \wedge (\sim b \equiv 1) \quad (b \leftrightarrow 1)$$

٧ لتكن $S = \{1, 2, 3, 4\}$ عين قيم صواب كلٍ من القضايا الآتية:

- أ) $\forall s \exists S : s + 3 > 6$
ب) $\exists s \in S : s + 3 < 6$
ج) $\forall s \exists S : s^2 \geq 10 - 8$
د) $\exists s \in S : s^2 + s = 15$

٨ اكتب نفي كلٍ من القضايا الواردة في التمرين (٧)، وبين قيمة صوابها.

اختبار الوحدة

السؤال الأول

في كل من الأسئلة الفرعية التالية، حوت الرقم الذي يرمز للإجابة الصحيحة.

(بعض الأسئلة لها أكثر من إجابة صحيحة):

- ١ أي من القضايا التالية هي نفي للقضية «كل الناس أغنياء»:
أ) بعض الناس أغنياء. ب) بعض الناس فقراء.
ج) بعض الناس ليسوا أغنياء. د) لا أحد غني.

- ٢ في أي من الحالات الآتية تكون القضية $(\sim b \sim b)$ صائبة:
أ) صائبة و ب خاطئة. ب) كلٌ من أ ، ب صائبة.
ج) أ صائبة و ($\sim b$) صائبة. د) كلٌ من أ ، ب خاطئة.

- ٣ في أي من الحالات الآتية تكون القضية $(1 \leftrightarrow b)$ خاطئة:
أ) كلٌ من أ ، ب خاطئة. ب) أ صائبة و ب خاطئة.
ج) أ خاطئة و ب صائبة. د) كلٌ من أ ، ب صائبة.

- ٤ أي من القضايا التالية تكافئ منطقياً القضية $(\sim 1 \sim b)$
أ) $\sim 1 \wedge b$.
ب) $b \leftarrow 1$.
ج) $\sim 1 \sim b$.

٥ إذا كانت $S = \{2, 3, 5, 7\}$ فأي من القضايا التالية هي قضية صائبة:

- (أ) $\forall S \in S : S$ عدد فردي
- (ب) $\forall S \in S : S$ عدد أولي
- (ج) $\exists S \in S : S$ عدد زوجي
- (د) $\exists S \in S : S$ ليس أولياً

السؤال الثاني أكمل القضايا الآتية بحيث تصبح القضايا (١-٣) صائبة

والقضايا (٤-٦) خاطئة:

- ١ العدد ١٢ عدد زوجي ويقبل القسمة على ...
- ٢ العدد - ٥ عدد طبيعي أو عدد ...
- ٣ $5 < 7 \leftarrow$ القمر يدور حول ...
- ٤ تدور الأرض حول ... أو حول ...
- ٥ $15 = 3 \times 5$ و $... + ... = 15$
- ٦ $\exists S : S + 2 = 0$ (استخدم أحد الرمزين (٧ أو ٨))

السؤال الثالث أكمل الجدول التالي، ثم استخدمه في الإجابة عن الأسئلة التالية له:

١	$\sim \sim 7(1)$ ب	٨١~ ب	$\sim (1 \sim 7)$ ب	ـ ب	$\sim 7(1)$ ب	ـ ب	~ 1 ب	ـ ب	ـ ب
							خ	خ	خ

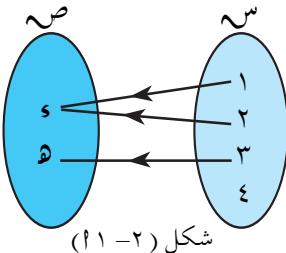
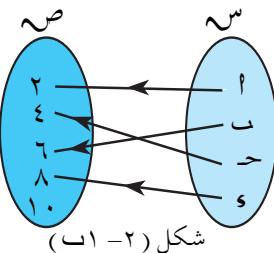
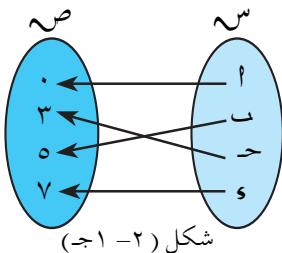
١ استنتج من الجدول قضية مركبة صائبة منطقياً.

٢ بين أن: $\sim 8(1) \equiv \sim 7(1) \sim$ ب

٣ هل القضية $7(1) \sim$ ب صائبة منطقياً؟

تمارين عامة ومسائل

١ أي المخططات السهمية الآتية تمثل تطبيقاً وبين نوعه :



٢ صل كل تطبيق من العمود (أ) بنوعه من العمود (ب) فيما يأتي :

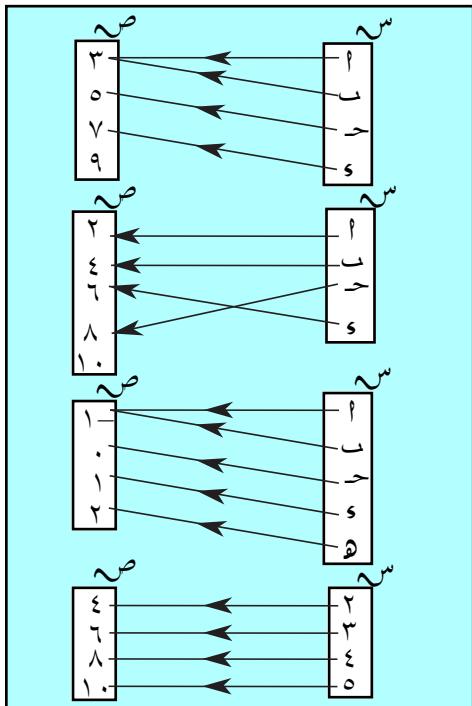
العمود (أ)

متباين وليس غامر

غامر وليس متباين

تقابـل

ليس متباين وليس غامر



الجدول التالي يمثل التطبيق t : $s \rightarrow t(s)$ حيث $s = \{3, 5, 7, 9, 11\}$

$$t(s) = \{6, 8, 10, 12, 14\}$$

11	9	7	5	3	s
14	12	10	8	6	$t(s)$

أ) أكمل : $t(3) = \dots + 3$

ت $t(5) = \dots + 5$

ت $t(7) = \dots + 7$

ب) أوجد قاعدة هذا التطبيق. ج) بين نوعه.

د) أوجد $t^{-1}(8)$ ، $t^{-1}(12)$ ، $t^{-1}(14)$.

هـ) هل معاكس التطبيق t تطبيق؟ أوجد قاعدته إن وجد.

٤) ليكن التطبيق t : $s \rightarrow t(s)$ معرفاً بالقاعدة $t(s) = s + 7$ ، حيث:

$$s = \{3, 5, 7, 10, 12, 14, 15\}$$

أ) عبر عن التطبيق كأزواج مرتبة.

ب) أوجد مدى هذا التطبيق.

ج) هل هذا التطبيق تقابلي؟

د) أوجد $t^{-1}(15)$ ، $t^{-1}(12)$.

هـ) هل معاكس التطبيق t تطبيق؟

٥) ليكن التطبيقات t ، w معرفتين كالتالي :

$$t: \text{ط} \rightarrow \text{ط} , t(s) = s + 2$$

$$w: \text{ط} \rightarrow \text{ط} , w(s) = 2s$$

أ) ما نوع كل منهما؟

ب) أوجد قاعدة t^{-1} ، w^{-1} .

ج) أوجد $(t \circ w)(s)$ ، $(w \circ t)(s)$ ، $(t^{-1} \circ w^{-1})(s)$ ،

$$(w^{-1} \circ t^{-1})(s)$$

٦) إذا كانت $L = \{1, 2, 3, 5\}$ ، $M = \{1, 3, 5\}$ كون في كل مرة تطبيقاً مجاله L ومجاله المقابل M ، بحيث تكون:

أ) ثابتاً ، ب) متبايناً ، جـ) غامراً ، دـ) تقابلاً ، هـ) غير متباين ، وـ) غير غامر.

(٧) ليكن التطبيق t : $s \leftarrow s \text{ معروفاً بالقاعدة } t(s) = s + 2$ ، حيث

$$s = \{s : s \leq 5, \text{ ص} = \{\text{ص}: \text{ص} \leq 7, \text{ ص} \geq 11\}$$

أثبت أن: $t - 1$ - تطبيق وأوجد قاعدته.

(٨) إذا كان التطبيق t_1 : $h \leftarrow h \text{ معروفاً بالقاعدة } t_1(s) = s^2 + 1$ والتطبيق

$$t_2 : h \leftarrow h \text{ معروفاً بالقاعدة } t_2(s) = s + 2$$

(أ) أوجد قاعدة $(t_1 \circ t_2)(s)$ ، $(t_2 \circ t_1)(s)$ وقارن بينهما.

(ب) أوجد $(t_1^{-1} \circ t_2^{-1})(s)$ ، $(t_2^{-1} \circ t_1^{-1})(s)$.

(ج) أوجد $(t_1 \circ t_2)(3)$ ، $(t_1^{-1} \circ t_2^{-1})(5)$.

(٩) ما نوع التطبيق w : $t \leftarrow t \text{ المعرف بالقاعدة } w(s) = 7$.

(١٠) ما نوع التطبيق t : $s \leftarrow s \text{ المعرف بالقاعدة } t(s) = s^2$.

(١١) ليكن التطبيق t : $t \leftarrow t \text{ معروفاً بالقاعدة } t(s) = s$ ،

أثبت أن التطبيق t تقابل.

(١٢) إذا كان التطبيق t : $s \leftarrow h$ [حيث s مجموعة الأعداد الزوجية] معروفاً

$$\text{بالقاعدة } t(s) = s^2$$

(أ) أوجد $t(2)$ ، $t(18)$ ، $t(112)$.

(ب) أوجد $t^{-1}(25)$ ، $t^{-1}(34)$.

(ج) هل t^{-1} - تطبيق؟ أوجد قاعدته إن وجد.

(١٣) ليكن التطبيق t : $h \leftarrow h \text{ معروفاً بالقاعدة } t(s) = 3s$

(أ) بِّين نوع هذا التطبيق.

(ب) أوجد التطبيق العكسي له.

(١٤) هل من الممكن أن يكون التطبيق الثابت غامراً.

(١٥) ليكن التطبيق t : $h \leftarrow h \text{ معروفاً بالقاعدة } t(s) = 3s - 3$

أثبت أن t تقابل وأوجد قاعدة التطبيق العكسي.

(١٦) ليكن h : $h \leftarrow h \text{ معروفاً بالقاعدة } h(s) = 3s + 5$

أثبت أن التطبيق h - تقابل ثم أوجد قاعدة التطبيق العكسي.

اختبار الوحدة

١) بين نوع التطبيق t : $h \rightarrow h$ والمعرّف بالقاعدة $t(s) = 2s + 5$.

٢) ليكن التطبيق h : $s \rightarrow s$ معرفاً بالقاعدة $h(s) = 4s + 3$,

أ) أوجد $h^{-1}(5)$, $h^{-1}(3)$, $h^{-1}(-s)$.

ب) هل معكوس التطبيق h تطبيق؟ أوجد قاعدته إن وجد.

٣) إذا كان التطبيق w : $h \rightarrow h$ والمعرّف بالقاعدة $w(s) = s + 1$ والتطبيق

t : $h \rightarrow h$ والمعرّف بالقاعدة $t(s) = 3s + 4$.

أ) اثبت أن $(w \circ t)(s) = (t \circ w)(s)$

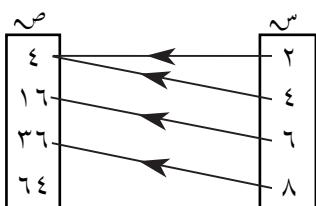
ب) أوجد $(t \circ w)(3)$

٤) ليكن t : $s \rightarrow s$ تطبيقاً موضحاً بالخطط السهمي شكل (٢-٢)

أ) أوجد $t^{-1}(4)$, $t^{-1}(64)$.

ب) اكتب التطبيق t كأزواج مرتبة.

ج) هل معكوس التطبيق t تطبيق؟ لماذا؟



شكل (٢-٢)

القوى والجذور

تمارين عامة ومسائل

١: القوى

١) بسط ما يأتي: علماً بأن المتغيرات أعداد حقيقة لا تساوي الصفر

- | | | | |
|----|--|----|---|
| ب) | $(s^3)^2 (b^2)^3$ | أ) | $s^{12} b^6$ |
| ج) | $(2^3 s^4)^{-2}$ | د) | $2^{-6} s^{-8}$ |
| ه) | $(-5s^3)^{-6}$ | ه) | $-5^{-6} s^{18}$ |
| ح) | $\frac{s^2(s+1)^5}{(s+1)^3}$ | ز) | $\frac{s^3}{s^6} \cdot \frac{b^4}{b^8}$ |
| ي) | $\frac{1}{(s^2(s+1)^4)^2}$ | ط) | $\frac{1}{s^8} \cdot \frac{b^4}{b^4}$ |
| ك) | $\frac{(s^2(s^3-4)^3)^2}{(s^2(s^3-4)^3)^{-4}}$ | ج) | $s^{12} - 4^8$ |

٢) ضع كلاً مما يأتي في أبسط صورة باعتبار المتغيرات أعداداً حقيقة لا تساوي صفرأً

- | | | | |
|----|-------------------------------------|----|---------------------------|
| ب) | $\left(\frac{s^3}{s^4}\right)^5$ | أ) | s^{-3} |
| ج) | $(2s+1)^3 (s+1)^2$ | د) | $2^5 + 0^2$ |
| ه) | $\frac{b^9}{b^4 b^6}$ | ه) | $\frac{1}{2} s^3$ |
| ح) | $\left(\frac{b^2}{b^3}\right)^{-5}$ | ز) | $2^{-13} - b^{-3}$ |
| ي) | $\frac{1-b}{1-b}$ | ط) | $\frac{1+(b-1)}{2+(b-1)}$ |
| ك) | $(s^2 - 1)^2$ | ج) | $[s^2 + s^2]$ |

٢: الجذور والأسس النسبية

(١) اختصر ما يأتي : بفرض أن كل المتغيرات $\in \mathbb{R}$ + ولا تساوي صفرًا .

- | | | |
|--|---|--|
| أ) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^2}$
$\frac{1}{2^3} \cdot \frac{1}{2^4}$ | ب) $b^{\frac{3}{4}} \cdot b^{\frac{1}{4}}$
$b^{-\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{3}{4}}$ | ج) $(b^{\frac{1}{3}})^{-\frac{3}{4}}$
$(b^{-\frac{1}{3}})^{\frac{3}{4}}$ |
| $\frac{1}{2^9}$
$\frac{1}{2^6}$ | $(\frac{1}{2})^6$
$(\frac{1}{2})^9$ | $(\frac{1}{2})^3$
$(\frac{1}{2})^6$ |

(٢) بسط ما يأتي : بفرض أن المتغيرات $\in \mathbb{R}$ + والمقام لا يساوي صفرًا .

- | | | |
|---|--|--|
| ح) $\frac{2}{3} \sqrt[3]{x^2}$
$\frac{1}{3} \sqrt[3]{x^2}$ | ب) $\frac{s^{\frac{1}{2}}}{s^{\frac{1}{3}}}$
$\frac{s^{\frac{1}{3}}}{s^{\frac{1}{2}}}$ | ج) $\frac{s^{\frac{5}{4}}}{s^{\frac{3}{4}}}$
$\frac{s^{\frac{1}{2}}}{s^{\frac{5}{4}}}$ |
| $\frac{1}{2} \left(s^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{2}}$
$s^{\frac{1}{6}}$ | $\frac{1}{2} \left(b^{-2} \right)^{\frac{1}{2}}$
b^{-1} | $\frac{s^{\frac{3}{2}}}{s^{\frac{3}{2}}}$
$\frac{1}{2} \left(125 \right)^{-\frac{1}{2}}$ |

٣: تبسيط الجذور

(١) بسط ما يأتي : (جميع المتغيرات $\in \mathbb{R}$ +) .

- | | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|--|
| ح) $\sqrt[3]{32}$
$\sqrt[3]{24}$ | ب) $\sqrt[9]{s^3}$
$\sqrt[9]{25}$ | ج) $\sqrt[3]{19} \cdot \sqrt[3]{b}$
$\sqrt[6]{27}$ |
| $\sqrt[3]{54}$
$\sqrt[3]{10}$ | $\sqrt[9]{20}$
$\sqrt[9]{12}$ | $\sqrt[4]{50}$
$\sqrt[4]{12}$ |

٢) ضع كلاً ما يأتي في أبسط صورة (جميع المتغيرات $\in \mathbb{H}$ + والمقام لا يساوي صفرًا):

$$\text{ج) } \frac{\sqrt[3]{22}}{\sqrt[3]{81}}$$

$$\text{ب) } \sqrt{\frac{16}{25}}$$

$$\text{أ) } \frac{s}{\sqrt[3]{s^4}}$$

$$\text{د) } \frac{\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^3}}$$

$$\text{ه) } \frac{\sqrt[3]{s^2}}{\sqrt[3]{s^3}}$$

$$\text{ز) } \sqrt[3]{\frac{27}{4}}$$

$$\text{ط) } \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{4}}$$

$$\text{ح) } \sqrt[3]{\frac{5}{12}} \times \sqrt[3]{\frac{7116}{4}}$$

$$\text{ز) } \sqrt[3]{\frac{2}{s^2}} \times \sqrt[3]{\frac{s^2}{c^2}}$$

٣: جمع وطرح الجذور

١) ضع كلاً ما يأتي في أبسط صورة: (المتغيرات $\in \mathbb{H}$ + والمقام لا يساوي صفرًا).

$$\text{ب) } \sqrt[3]{50} + \sqrt[3]{18}$$

$$\text{أ) } \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{4}$$

$$\text{د) } \sqrt[3]{5s^2} - \sqrt[3]{2s^2}$$

$$\text{ج) } \sqrt[3]{18} + \sqrt[3]{9}$$

$$\text{ه) } \frac{1}{\sqrt[3]{1}} - \frac{2}{\sqrt[3]{b}}$$

$$\text{أ) } \frac{1}{\sqrt[3]{3}} - \frac{5}{\sqrt[3]{6}}$$

$$\text{ح) } \sqrt[3]{750} + \sqrt[3]{81}$$

$$\text{ز) } \sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{81}$$

$$\text{ي) } \sqrt[4]{181} + \sqrt[4]{116}$$

$$\text{ط) } \sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{256} - \sqrt[4]{81} b^3$$

٢) بسط ما يأتي: (كل المتغيرات $\in \mathbb{H}$ + والمقام لا يساوي صفرًا).

$$\text{ب) } \frac{2}{\sqrt[3]{1}} - \frac{5}{\sqrt[3]{19}}$$

$$\text{أ) } \frac{3}{\sqrt[3]{b}} + \frac{2}{\sqrt[3]{1}}$$

$$\text{د) } \frac{4}{\sqrt[3]{s}} - \frac{5}{\sqrt[3]{s^2}}$$

$$\text{ج) } \frac{4}{\sqrt[3]{2s^5}} - \frac{2}{\sqrt[3]{2s^{18}}}$$

٤: ضرب وقسمة الجذور

١) أوجد ناتج ما يأتي: (علمًا بأن المتغيرات $\in \mathbb{H}$ + والمقام لا يساوي صفرًا)

$$\text{أ) } (\sqrt[2]{2} - \sqrt[2]{6})(\sqrt[2]{2} + \sqrt[2]{10})$$

$$\text{د) } (\sqrt[7]{7} + \sqrt[7]{10})(\sqrt[7]{7} - \sqrt[7]{10})$$

$$\text{ج) } 2(\sqrt[5]{5} - 5)$$

$$٢(ص + \sqrt{٣}) \quad (ج) \quad (ب)(٣ - \sqrt{٢})(\sqrt{٣} + \sqrt{٢}) \quad (ه)$$

$$\frac{١٥}{\sqrt{٤} + \sqrt{٤}} \quad (ج)$$

$$\frac{\sqrt{٢}b}{\sqrt{١٧} - \sqrt{١٦}} \quad (ك)$$

$$\frac{١}{\sqrt{٢} + \sqrt{٦}} \quad (ز)$$

$$\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣} - \sqrt{٦}} \quad (ي)$$

٦:٣ حل المعادلات الأسية والجذرية

١ حل المعادلات الآتية:

$$\begin{aligned} & . = ٢٤٣ - \sqrt[٣]{٣} \quad (ب) \quad . = ٢٣ + \sqrt[٤]{٢ \times ١٢} \quad (أ) \\ & . = \sqrt[٣]{٢٥} + \sqrt[٥]{٦} - \quad (د) \quad ١ = \sqrt[٣]{٥} (س) \quad (ح) \\ & . = \sqrt[٦]{٦} \times ٧ - \sqrt[١]{٣٦} \quad (و) \quad . = ٧ + \sqrt[٣]{٧ \times ٨} - \sqrt[٢]{٧} \quad (ه) \\ & \sqrt[٣]{٢ - ٢س} + ١ = \sqrt[٣]{٢ - ٢س} \quad (ز) \end{aligned}$$

٢ أوجد مجموعة الحل للمعادلات الآتية:

$$\begin{aligned} & \sqrt[٢]{٠ + ص} = ص \quad (ب) \quad ٥ = \frac{١}{٣} (٣ - س) \quad (أ) \\ & \sqrt[٦]{١ + ص} = ١ + \sqrt[٢]{ص} \quad (د) \quad س^٣ = ١ + \sqrt[٥]{٥ + س^٣} \quad (ح) \\ & ٥ = \sqrt[٤]{٤ + س^٣} - \sqrt[٤]{٤ - س^٢} \quad (و) \quad ٥ + \sqrt[٥]{٢٠} = س^٢ + \sqrt[٥]{٥} \quad (ه) \\ & ٧ = \sqrt[٥]{٥ + س} + س \quad (ح) \quad ١ = \sqrt[٢]{٢ + س} - \sqrt[١]{س^٥} \quad (ز) \\ & ٧ = س (١ - س^٢) \quad (ي) \quad ١ - س^٣ = ١ - س^٥ \quad (ط) \end{aligned}$$

٣ حل ما يأتي:

$$\begin{aligned} & ١ = ٣ - (\sqrt[٣]{٢ + س}) \quad (ب) \quad ٢ = \frac{١}{٣} (١ + س) \quad (أ) \\ & ٣ = \sqrt[٤]{٢ + س} \quad (ح) \end{aligned}$$

قارين متنوعة

١) اكتب ما يلي في أبسط صورة:

$$\frac{10(1,05)}{14(1,05)} \quad \text{(ب)}$$

$$^5-(1,04) \times ^9(1,04) \quad \text{(أ)}$$

$$\frac{(54-) \times 315 \times 42}{36 \times 25 \times 2(3-)} \quad \text{(د)}$$

$$\frac{^2(3-)^3(5-)-^4(2-)}{^3(15-)^2(6-)} \quad \text{(هـ)}$$

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}b + \frac{5}{3}b^2 \times b}{b^2} \quad \text{(و)}$$

$$\frac{1}{b^2}, b > 0 \quad \text{(هـ)}$$

$$\sqrt{3888} \quad \text{(ح)}$$

$$\sqrt{147} \quad \text{(ز)}$$

$$\sqrt[3]{64 \times 27} \quad \text{(ك)}$$

$$\sqrt[8]{16b} \quad \text{(ط)}$$

$$\sqrt{108} \times \sqrt{72} \times \sqrt{12} \times \sqrt{3} \quad \text{(ل)}$$

٢) احسب ناتج ما يلي:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{27}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{7}} \quad \text{(ب)}$$

$$\sqrt[3]{0,008} \quad \text{(أ)}$$

$$\frac{\frac{1}{4}(81)}{\sqrt[5]{4} \times \sqrt[4]{5}} \quad \text{(د)}$$

$$\frac{\sqrt{24} \times \sqrt{60}}{\sqrt[5]{4} \times \sqrt[4]{5}} \quad \text{(هـ)}$$

$$\frac{\frac{3}{5}(8-)}{\frac{1}{3}(0,008)} \quad \text{(و)}$$

$$\frac{1}{3}(0,008) \quad \text{(هـ)}$$

٣) احسب القيمة العددية لكل من المقادير الآتية:

$$\text{(ب)} \quad \sqrt{s+3} \quad \text{(أ)} \quad s + \sqrt{2s}$$

$$\text{(د)} \quad \sqrt{s+3} \quad \text{(هـ)} \quad \sqrt{3s-s}$$

أولاً: عندما $s = 5$ ، $\sqrt{s} = 4$ ثانياً: عندما $s = 4$ ، $\sqrt{s} = 5$

٤ اختصر ما يلي:

$$\begin{array}{ll}
 \frac{1}{9}\sqrt[3]{3 - 24\sqrt[3]{-81}} & \text{(ب)} \quad \frac{5\sqrt{-18\sqrt{8}}}{\sqrt{50}} \quad \text{(أ)} \\
 \frac{\sqrt{12\sqrt[3]{2}}}{\sqrt[3]{2}} & \text{(د)} \quad \sqrt[3]{16x^4\sqrt{V}} \quad \text{(ح)} \\
 \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{2+5}} & \text{(و)} \quad \frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[3]{2}} \quad \text{(ه)} \\
 \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{3+1}}}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2}-1} & \text{(ج)} \quad \frac{\sqrt[3]{s}-\sqrt[3]{sc}}{\sqrt[3]{sc}+\sqrt[3]{s}} \quad \text{(ز)}
 \end{array}$$

٥ رتب الجذور الآتية تنازلياً:

$$\sqrt[100]{\cdot}, \sqrt[7]{\circ}, \sqrt[7]{\cdot}, \sqrt[4]{5}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[4]{2} \quad \text{(أ)}$$

٦ رتب الجذور الآتية تصاعدياً:

$$\sqrt[3]{3}, \sqrt[2]{2}, \sqrt[5]{4} \quad \text{(ب)} \quad \sqrt[4]{12}, \sqrt[5]{9}, \sqrt[4]{5} \quad \text{(أ)}$$

٧ حل المعادلات الآتية:

$$\begin{array}{ll}
 2 = \sqrt[4]{s-4} & \text{(ب)} \quad 2 = \sqrt[2]{s+2s} \quad \text{(أ)} \\
 5 = \sqrt{-10} - \sqrt{s+3} & \text{(د)} \quad 0 = 2 - \sqrt[3]{s-2s} \quad \text{(ح)} \\
 1 = s^{4+} (s^3)^s & \text{(و)} \quad 16 = 2^{2-} \times 2^{5-} \quad \text{(ه)} \\
 2 = s^{3(s+2+)} & \text{(ز)} \quad 2 = s^{3(s+2+)} \quad \text{(ز)}
 \end{array}$$

٨ اثبت أن:

$$\frac{11}{10} = \frac{1-2^{-3} \times 4^{-2} \times 5}{2^{-3} - 1 + 2^{-3} \times 2}$$

اختبار الوحدة

١) ضع ما يأتي في أبسط صورة: (علمًا بأن المتغيرات في المقام ≠ ٠)

$$\frac{1 + s^3}{1 + s^{10} \cdot s^3} \times \frac{27 \times s^2 \cdot 9}{s \times s^5 \cdot 3} \quad (ب)$$

$$\frac{3b^{-4}}{(2b^2)^2 \times 2} \quad (أ)$$

$$(s^2 - 1)^{-1} \cdot (s^2 - 8)^{-2} \cdot (s^2 - 6)^{-3} \quad (ج)$$

٢) بسط ما يأتي :

$$\sqrt[6]{25} \sqrt{3} - \sqrt[7]{5} \sqrt{2} + \sqrt[12]{5} \quad (ب) \quad \sqrt[64]{7} + \sqrt[16]{3} - \sqrt[8]{3} \quad (أ)$$

٣) بسط ما يأتي :

$$2(\sqrt{5} + \sqrt{7}) \quad (ب) \quad (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \quad (أ)$$

$$\frac{1 + \sqrt{3}/2}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} \quad (ج)$$

$$d) \quad \frac{s^2 + s}{\sqrt{s} \sqrt{3} + \sqrt{s} \sqrt{2}}$$

٤) حل المعادلات الآتية:

$$5 = \frac{1}{2}(2 + s^3) \quad (ب) \quad 32 = s^1 + s^8 \quad (أ)$$

$$16 - \left(\frac{1}{s}\right) = s^3 - 2 \times s^2 \quad (د) \quad 15 = s^{1+2} - s^{2-2} + s^{1+1} \quad (ج)$$

$$3 = \sqrt[2+2]{s^3} \quad (هـ)$$

الحدوديات

تمارين عامة وسائل

(١) أكتب الحدوديات التي معاملاتها :

أ) $1 = .1 = 1 ، 2 = 2 = 2 ، 0 = 0 ، 3 = 4 = 3 ، 1 = 7 = 8 = 1$

ب) $5 = 1 ، 2 = 4 = 2 ، 0 = 1 ، 7 = 4 = 7$

ج) $1 = 1 ، 2 = 1 = 4$

(٢) حدد الدرجة لكل حدودية مما يأتي وبين المعامل الرئيس والحد المطلق لكل حدودية :

أ) $s^3 + 2s - 3$

ب) $s^3 + 2s^2 - 8s + 6$

(٣) أوجد القيمة العددية لكل حدودية مما يأتي :

أ) $s^2 + 3s + 2$ عندما $s = 1$

ب) $s^3 + s^2 + 6s + 6$ عندما $s = -1$

ج) $s^4 + 2s^3 + 2s^2 - 3$ عندما $s = \frac{1}{2}$

(٤) إذا كانت h_1 هي $5s^3 - 7s^2 + 4s + 3$ ، h_2 هي $3s^4 - 2s^3 + s^2 - 7$
أوجد :

أ) $h_1 + h_2$

ب) $h_2 + h_1$

ج) $h_1 + h_2$

د) $h_2 - h_1$

٥ إذا كانت x عاملًا من عوامل f في كل مما يأتي فأوجد العامل الآخر:

(أ) x هي $s^2 - 4$ ، x هي $s - 2$

(ب) x هي $-4s^5 - 20s^3 + 10s^2$ ، x هي $s + 2$

(ج) x هي $s^3 - 6s^2 - 13s + 42$ ، x هي $s - 2$

(د) x هي $s^3 - 2s^2 - 13s - 10$ ، x هي $(s - 5)$

(هـ) x هي $s^3 - 2s^2 - 5s + 6$ ، x هي $(s + 2)$

٦ أوجد في كل مما يأتي خارج وباقى قسمة x على y :

(أ) x هي $s^4 - 2s^3 + 2$ ، x هي $s^3 - 6$

(ب) x هي $2s^3 + s^2 - 4$ ، x هي $s^2 + 3$

(ج) x هي $(2s^2 - 3s^3 + s - 2)$ ، x هي $(3s^2 - 2)$

(د) x هي $6s^9 - 14s^6 + 21s^3 - 4s^2 + 5s - 1$ ، x هي $(3s^2 - 2s + 1)$

٧ أوجد قيمة كل من a ، b التي تجعل x تقبل القسمة على y في كل مما

يأتي:

(أ) x هي $2s^2 + 3s^2 - 2b + 1$ ، x هي $s^2 - 1$

(ب) x هي $s^4 + 4s + b$ ، x هي $s^2 - 2s$

٨ حدد فيما إذا كان 0 صفرًا من أصفار الحدودية المعطاة في كل مما يأتي:

(أ) $2 = 0$ ، $4 = 0$ ، $2s^6 - 4s^5 + 2s^4 - 4 = 0$

(ب) $1 = 0$ ، $5 = 0$ ، $7s^3 + 6s^2 + 3s + 5 = 0$

(ج) $s^2 - 2 = 0$ ، $\sqrt{2} - 1 = 0$

(٩) أوجد أصفار كل من الحدوبيات التالية واكتبها على شكل عوامل:

(ب) $s^3 + s^5 - 5$

(أ) $s^6 - s - 1$

(ج) $s^3 + s^2 - s^8 - 12$ (د) $s^3 + 6s^2 + 11s + 6$

(هـ) $s^3 - 2s^2 - 13s - 10$

اختبار الوحدة

(١) اكتب الحدودية التي معاملاتها:

$1 = 3 = 4 = 21 = 0 = 11 = 7 = 21 = 0 = 1 . 3 - = 1 . 4 -$

(ب) إذا كانت h_1 هي $s^3 - 3s^2 - 2s - 10$ ،

h_2 هي $s^2 - 3s - 10$ فأوجد :

(١) $h_2 \cdot h_1$ (٢) $h_2 + h_1$ (٣) $h_1 \div h_2$

(٢) بين فيما إذا كانت h_1 تقبل القسمة على h_2 أم لا في كل مما يأتي:

(أ) h_1 هي $s^3 - s^2$ ، h_2 هي $s^2 + 1$

(ب) h_1 هي $s^3 + s^2 - 73$ ، h_2 هي $s^2 + 3$

(٣) أوجد أصفار كل من الحدوبيات التالية واكتبها على شكل عوامل:

(ب) $s^2 + 5s^3 + 2s^5 + 2s^2$

(ج) $s^3 + 2s^2 - s - 3$

(٤) أوجد باقي قسمة h_1 على h_2 باستخدام نظرية الباقي.

(أ) h_1 هي $s^4 - 2s^3 - 15s^2 + 2$ ، h_2 هي $s + 2$

(ب) h_1 هي $2s^2 - 5s^3 + 4s^7 - 11$ ، h_2 هي $s - 1$

تمارين عامة وسائل

(١) بَيْنَ فِي أَيِّ مِنَ الْجَدَالِ التَّالِيَّةِ يَكُونُ ($s, *$) نَظَامًا رِياضيًّا :

$$s = \{1, 2, 4, 8\}$$

8	4	2	1	*
8	1	4	2	1
2	3	4	8	2
8	4	1	5	4
4	1	2	8	8

8	4	2	1	*
1	8	2	4	1
4	2	1	8	2
2	8	4	1	4
8	4	1	2	8

8	4	2	1	*
2	4	2	1	1
1	6	4	2	2
1	8	2	4	4
4	2	6	8	8

(٢) ادرس خواص كُلًّ من العمليات Δ ، ∇ ، $*$ ، \circ المعرفة بالجدال التالية على

$$s = \{1, 2, 3\}$$

3	2	1	\circ
3	2	1	1
1	1	2	2
1	2	3	3

3	2	1	*
1	3	2	1
1	1	3	2
2	1	1	3

3	2	1	∇
3	2	1	1
3	2	2	2
3	3	3	3

3	2	1	Δ
1	1	1	1
2	2	1	2
3	2	1	3

(٣) لتكن $s = \{1, 3, 5, 7\}$ ولنعرّف عليها العمليات Δ ، $*$ ، \circ بالجدال

التالية:

7	5	3	1	\circ
7	5	3	1	1
5	7	1	3	3
3	1	7	5	5
1	3	0	7	7

7	5	3	1	*
7	5	3	1	1
7	5	3	3	3
7	5	5	5	5
7	7	7	7	7

7	5	3	1	Δ
4	3	2	1	1
5	4	3	2	3
6	2	4	3	5
7	6	5	4	7

بٌين أَيّاً من العمليات ثنائية على سـ ثم أُوجـد لـكل عملية ثنائية ما يـأتـي :

(أ) العنصر المحـايـد إـن وـجـد . (ب) نـظـير كـل عـنـصـر إـن أـمـكـنـ.

٤) لنـعـرـف العـملـيـة * كـما يـليـ: $1 * b = b$ حيث $1 \neq 0$

(أ) هل العـملـيـة * ثـنـائـيـة عـلـى طـ؟ (ب) هل (صـ، *) نـظـامـاً رـياـضـيـاً؟

٥) أَيِّ من الأزواج التالية يـمثل نـظـامـاً رـياـضـيـاً:

(طـ، -)، (صـ، ×)، (دـ، ÷)، (حـ، ×)، (صـ، +)

٦) لنـعـرـف العـملـيـة * عـلـى صـ بـالـقـاعـدـة: $1 * b = b + 1$ ادرس خـواصـ هـذـهـ

الـعـملـيـة من حـيـثـ كـوـنـهـا (ثـنـائـيـةـ - تـبـدـيـلـيـةـ - تـجـمـيـعـيـةـ - ذات عـنـصـرـ مـحـايـدـ).

٧) لتـكـن صـ = {٠، ١، ٢، ٣} بـيـنـ أـيـاـ من الـأـنـظـمـةـ الـآـتـيـةـ يـمـثـلـ زـمـرـةـ:

(صـ، +)، (صـ، ٠)، (صـ، ٠)

٨) لنـعـرـف العـملـيـة * عـلـى صـ بـالـقـاعـدـة: $s * s = s + s$ أـجـبـ عـمـاـ يـليـ:

(أ) هل العـملـيـة * إـبـدـيـلـيـةـ؟ (ب) هل * تـجـمـيـعـيـةـ؟

(جـ) هل للـعـملـيـة * عـنـصـرـ مـحـايـدـ؟ (دـ) هل يـوجـد لـكـل عـنـصـرـ نـظـيرـ؟

٩) لتـكـن العـملـيـة * مـعـرـفـةـ عـلـى سـ = {١، ٣، ٥، ٧، ٩} بـالـقـاعـدـةـ: $1 * b = باـقـيـ$

قـسـمـةـ ١ـ بـعـلـىـ ٨ـ ، أـثـبـتـ أـنـ (سـ، *) زـمـرـةـ تـبـدـيـلـيـةـ. ثـمـ حلـ المـعـادـلـاتـ التـالـيـةـ:

$$s * 3 = 7, \quad 7 * s = 5$$

١٠) لتـكـن سـ = {سـ : سـ = ٣ـ ، نـ \in صـ} ولـتـكـن * هي عـملـيـةـ الجـمـعـ العـادـيـ

هل (سـ، *) يـمـثـلـ زـمـرـةـ؟

١١) لتـكـن سـ = {٣، ٥، ٧، ٩} ، ٢ـ مـجـمـوعـةـ الجـمـوـعـاتـ الـجـزـئـيـةـ لـ سـ .

(أ) هل (٢ـ، ٦ـ) يـمـثـلـ زـمـرـةـ؟ (ب) هل (٦ـ، ٦ـ) يـمـثـلـ زـمـرـةـ؟

(١٢) إذا كانت $*$ عملية معرفة على S بالقاعدة: $s * s = s + s - 3$

(أ) عين العنصر المحايد للعملية $*$ b) أوجد قاعدة نظير العنصر.

(١٣) إذا كان النظام $(H / \{1\}, *)$ يمثل زمرة حيث $*$ معرفة بالقاعدة:
 $s * s = s + s - s$ فعين العنصر المحايد، ثم أوجد قاعدة نظير العنصر.

(١٤) لتكن $*$ عملية معرفة على H بالقاعدة $a * b = \frac{a+b}{a+b+1}$ حيث $a + b \neq 0$.
برهن أنه لا يوجد للعملية $*$ عنصر محايد.

(١٥) لتكن $S = \{z, f\}$ حيث z عدد صحيح زوجي ، f عدد صحيح فردي
أثبت أن $(S, +)$ يمثل زمرة.

(١٦) لتكن $S = \{3, 5, 2^m\}$ مجموعة المجموعات الجزئية لـ S ولتكن \oplus عملية
معرفة على S بالقاعدة: $a \oplus b = a \cup b - a \cap b$ ، $b \in S$ ،
برهن أن (S, \oplus) يمثل زمرة إبدالية.

(١٧) لتكن $S = \{1^m : s \in S, m \neq 0\}$ ، برهن أن (S, \times) زمرة.

(١٨) لتكن $S = \{x^n : n, m \in S\}$ ، برهن أن (S, \times) زمرة.

(١٩) برهن أنه إذا كان كل عنصر في الزمرة $(S, *)$ نظير نفسه فإن هذه الزمرة
تبديلية.

(٢٠) ليكن لدينا الزمرتان (S_1, \oplus) ، (S_2, \circledast) ، فبرهن أن $S_1 \times S_2$ يكون زمرة بالنسبة للعملية Δ المعرفة كما يلي:

$$(a_1, b_1) \Delta (a_2, b_2) = (a_1 \oplus a_2, b_1 \circledast b_2)$$

$$a_1, a_2 \in S_1 ; b_1, b_2 \in S_2$$

اختبار الوحدة

١) لتكن $S = \{0, 1, 2\}$ وعرفنا عليها العمليتين \oplus ، \odot كما يلي:

$$\oplus: b = \text{باقي قسمة } a + b \text{ على } 3$$

$$\odot: b = a + b$$

بين أيّاً من العمليتين ثنائية على S .

٢) بين أيّاً من الأزواج الآتية يمثل نظاماً رياضياً :

$$(S, \div), (\mathbf{T}, \times), (S^*, +), (H, \times)$$

٣) برهن أن النظير في الزمرة عنصر وحيد.

في الجدول التالي ادرس الخواص التالية للعملية $*$ على

$$S = \{1, 2, 3, 4\} :$$

الإبدال – العنصر المحايد – النظير.

4	3	2	1	*
2	2	1	3	1
4	3	2	1	2
1	1	3	2	3
1	2	4	3	4

٤) إذا كانت $S = \{-1, 1\}$ والنظام (S, \times) يمثل زمرة :

أ) عين العنصر المحايد ، ونظير كل عنصر.

ب) حل المعادلة $s \times -1 = 1$.

٥) لنعرف العملية $*$ على H بالقاعدة: $s * s = s + s - \frac{1}{3}$

أثبت أن $(H, *)$ زمرة تبديلية.

تمارين عامة وسائل

أولاً: المعادلات

(١) أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات التالية باستخدام القانون العام:

$$(أ) 3s - 2s = 1 \quad (ب) 2s - 5s = 0$$

$$(ج) 6s - 7s + 5 = 0 \quad (د) 16s - 40s + 25 = 0$$

(٢) بين أن $s = 5$ جذر للمعادلة $3s - 2s + 19 = 20$. ثم أوجد الجذر الآخر.

(٣) لتكن المعادلة $5s - 2s + 5 = 6$.

ما قيمة s إذا كان أحد جذريها يساوي -1 ؟

(٤) أوجد مجموع الجذريين وحاصل ضربهما للمعادلات الآتية:

$$(أ) 5s^2 - 3s - 1 = 0 \quad (ب) 7s^2 + 2s = 3$$

$$(ج) 5s^2 - 7s = 0 \quad (د) 9s^2 - 4 = 0$$

(٥) لتكن المعادلة $(s+5)(s-8) = 0$. $s \neq -8$.

(أ) أوجد مجموع الجذريين وحاصل ضربهما بدلالة s .

(ب) أوجد قيمة s لكي يكون للمعادلة جذران حقيقيان متساويان.

(٦) لتكن المعادلة $s^2 + 5m = 0$.

أوجد قيم m التي تجعل للمعادلة جذرين حقيقيين مختلفين.

(٧) كون المعادلات التي تتصف بالشروط التالية (حيث s_1, s_2 جذري المعادلة):

أ) $s_1 + s_2 = \frac{3}{4}$

ب) $s_1 + s_2 = -\frac{2}{3}$

ج) $s_1 + s_2 = -\frac{1}{2}$

(٨) كون المعادلات التي لها الجذران في الحالات الآتية:

أ) $s_1 = 2$

ب) $s_1 = -3$

ج) $s_1 = 0$

د) $s_1 = \frac{7}{2}$

(٩) لتكن المعادلة $m - 2(m + 4)s + m - 1 = 0$ ، $m \neq 0$.

أ) حل المعادلة في الحالات الآتية: $m = 1$ ، $m = 2$.

ب) أوجد مجموع جذري المعادلة وحاصل ضربهما بدلالة m .

ج) أوجد قيمة m لكي يكون للمعادلة جذران حقيقيان متساويان.

(١٠) أوجد جذري المعادلات الآتية:

أ) $s^3 + 2s^2 - 8s + 1 = 0$

ب) $s^7 - 2s^6 + 11s + 2 = 0$

ثانياً : المتراجحات

(١) أوجد مجموعة الحل لكل من المتراجحات التالية:

أ) $5s - 7 > 3 - \frac{1}{15}s^2 - \frac{3}{5}s$

ب) $|2s - 9| - |3 - 2s| \geq \frac{3}{2}s - \frac{3}{5}$

ج) $|s - 12| \leq s^2$

٢) أوجد مجموعة الحل لكل من المتراجحات التالية:

- (أ) $5 - 3s < 7 - s$
- (ب) $\frac{3}{2}s - \frac{13}{7} > \frac{11}{5}$
- (ج) $-5s + \frac{3}{2}s > 7 + 2$
- (د) $2s - 3s > 0$
- (هـ) $5s - 3s + 4 > 0$
- (و) $2s \geq 3s - 6$
- (ز) $2s + 5 > s$

٣) أوجد مجموعة حل كل مما ي يأتي ومثله بيانياً:

- (أ) $3s - 1 < 6 \geq 0$
- (ب) $s - 2 > 1 - 2 < 0$
- (ج) $s - 2 \geq 1 - 2 \leq 0$
- (د) $|s - 3| < 4$

٤) برهن أن: $|s - \frac{b+a}{2}| > 1 \iff b < s < a$

٥) إذا كانت $f_1 = [2, 5]$ ، $f_2 = [-\infty, 3]$ ، $f_3 = [5, 8]$ ، $f_4 = [2, 6]$ ، $f_5 = [3, 5]$ ، $f_6 = [6, 7]$ ، $f_7 = [1, 2]$ ، $f_8 = [0, 1]$ ، $f_9 = [1, 3]$ ، $f_{10} = [3, 5]$ ، $f_{11} = [5, 7]$ ، $f_{12} = [7, 9]$ ، $f_{13} = [9, 11]$ ، $f_{14} = [11, 13]$ ، $f_{15} = [13, 15]$ ، $f_{16} = [15, 17]$ ، $f_{17} = [17, 19]$ ، $f_{18} = [19, 21]$ ، $f_{19} = [21, 23]$ ، $f_{20} = [23, 25]$ ، $f_{21} = [25, 27]$ ، $f_{22} = [27, 29]$ ، $f_{23} = [29, 31]$ ، $f_{24} = [31, 33]$ ، $f_{25} = [33, 35]$ ، $f_{26} = [35, 37]$ ، $f_{27} = [37, 39]$ ، $f_{28} = [39, 41]$ ، $f_{29} = [41, 43]$ ، $f_{30} = [43, 45]$ ، $f_{31} = [45, 47]$ ، $f_{32} = [47, 49]$ ، $f_{33} = [49, 51]$ ، $f_{34} = [51, 53]$ ، $f_{35} = [53, 55]$ ، $f_{36} = [55, 57]$ ، $f_{37} = [57, 59]$ ، $f_{38} = [59, 61]$ ، $f_{39} = [61, 63]$ ، $f_{40} = [63, 65]$ ، $f_{41} = [65, 67]$ ، $f_{42} = [67, 69]$ ، $f_{43} = [69, 71]$ ، $f_{44} = [71, 73]$ ، $f_{45} = [73, 75]$ ، $f_{46} = [75, 77]$ ، $f_{47} = [77, 79]$ ، $f_{48} = [79, 81]$ ، $f_{49} = [81, 83]$ ، $f_{50} = [83, 85]$ ، $f_{51} = [85, 87]$ ، $f_{52} = [87, 89]$ ، $f_{53} = [89, 91]$ ، $f_{54} = [91, 93]$ ، $f_{55} = [93, 95]$ ، $f_{56} = [95, 97]$ ، $f_{57} = [97, 99]$ ، $f_{58} = [99, 101]$ ، $f_{59} = [101, 103]$ ، $f_{60} = [103, 105]$ ، $f_{61} = [105, 107]$ ، $f_{62} = [107, 109]$ ، $f_{63} = [109, 111]$ ، $f_{64} = [111, 113]$ ، $f_{65} = [113, 115]$ ، $f_{66} = [115, 117]$ ، $f_{67} = [117, 119]$ ، $f_{68} = [119, 121]$ ، $f_{69} = [121, 123]$ ، $f_{70} = [123, 125]$ ، $f_{71} = [125, 127]$ ، $f_{72} = [127, 129]$ ، $f_{73} = [129, 131]$ ، $f_{74} = [131, 133]$ ، $f_{75} = [133, 135]$ ، $f_{76} = [135, 137]$ ، $f_{77} = [137, 139]$ ، $f_{78} = [139, 141]$ ، $f_{79} = [141, 143]$ ، $f_{80} = [143, 145]$ ، $f_{81} = [145, 147]$ ، $f_{82} = [147, 149]$ ، $f_{83} = [149, 151]$ ، $f_{84} = [151, 153]$ ، $f_{85} = [153, 155]$ ، $f_{86} = [155, 157]$ ، $f_{87} = [157, 159]$ ، $f_{88} = [159, 161]$ ، $f_{89} = [161, 163]$ ، $f_{90} = [163, 165]$ ، $f_{91} = [165, 167]$ ، $f_{92} = [167, 169]$ ، $f_{93} = [169, 171]$ ، $f_{94} = [171, 173]$ ، $f_{95} = [173, 175]$ ، $f_{96} = [175, 177]$ ، $f_{97} = [177, 179]$ ، $f_{98} = [179, 181]$ ، $f_{99} = [181, 183]$ ، $f_{100} = [183, 185]$ ، $f_{101} = [185, 187]$ ، $f_{102} = [187, 189]$ ، $f_{103} = [189, 191]$ ، $f_{104} = [191, 193]$ ، $f_{105} = [193, 195]$ ، $f_{106} = [195, 197]$ ، $f_{107} = [197, 199]$ ، $f_{108} = [199, 201]$ ، $f_{109} = [201, 203]$ ، $f_{110} = [203, 205]$ ، $f_{111} = [205, 207]$ ، $f_{112} = [207, 209]$ ، $f_{113} = [209, 211]$ ، $f_{114} = [211, 213]$ ، $f_{115} = [213, 215]$ ، $f_{116} = [215, 217]$ ، $f_{117} = [217, 219]$ ، $f_{118} = [219, 221]$ ، $f_{119} = [221, 223]$ ، $f_{120} = [223, 225]$ ، $f_{121} = [225, 227]$ ، $f_{122} = [227, 229]$ ، $f_{123} = [229, 231]$ ، $f_{124} = [231, 233]$ ، $f_{125} = [233, 235]$ ، $f_{126} = [235, 237]$ ، $f_{127} = [237, 239]$ ، $f_{128} = [239, 241]$ ، $f_{129} = [241, 243]$ ، $f_{130} = [243, 245]$ ، $f_{131} = [245, 247]$ ، $f_{132} = [247, 249]$ ، $f_{133} = [249, 251]$ ، $f_{134} = [251, 253]$ ، $f_{135} = [253, 255]$ ، $f_{136} = [255, 257]$ ، $f_{137} = [257, 259]$ ، $f_{138} = [259, 261]$ ، $f_{139} = [261, 263]$ ، $f_{140} = [263, 265]$ ، $f_{141} = [265, 267]$ ، $f_{142} = [267, 269]$ ، $f_{143} = [269, 271]$ ، $f_{144} = [271, 273]$ ، $f_{145} = [273, 275]$ ، $f_{146} = [275, 277]$ ، $f_{147} = [277, 279]$ ، $f_{148} = [279, 281]$ ، $f_{149} = [281, 283]$ ، $f_{150} = [283, 285]$ ، $f_{151} = [285, 287]$ ، $f_{152} = [287, 289]$ ، $f_{153} = [289, 291]$ ، $f_{154} = [291, 293]$ ، $f_{155} = [293, 295]$ ، $f_{156} = [295, 297]$ ، $f_{157} = [297, 299]$ ، $f_{158} = [299, 301]$ ، $f_{159} = [301, 303]$ ، $f_{160} = [303, 305]$ ، $f_{161} = [305, 307]$ ، $f_{162} = [307, 309]$ ، $f_{163} = [309, 311]$ ، $f_{164} = [311, 313]$ ، $f_{165} = [313, 315]$ ، $f_{166} = [315, 317]$ ، $f_{167} = [317, 319]$ ، $f_{168} = [319, 321]$ ، $f_{169} = [321, 323]$ ، $f_{170} = [323, 325]$ ، $f_{171} = [325, 327]$ ، $f_{172} = [327, 329]$ ، $f_{173} = [329, 331]$ ، $f_{174} = [331, 333]$ ، $f_{175} = [333, 335]$ ، $f_{176} = [335, 337]$ ، $f_{177} = [337, 339]$ ، $f_{178} = [339, 341]$ ، $f_{179} = [341, 343]$ ، $f_{180} = [343, 345]$ ، $f_{181} = [345, 347]$ ، $f_{182} = [347, 349]$ ، $f_{183} = [349, 351]$ ، $f_{184} = [351, 353]$ ، $f_{185} = [353, 355]$ ، $f_{186} = [355, 357]$ ، $f_{187} = [357, 359]$ ، $f_{188} = [359, 361]$ ، $f_{189} = [361, 363]$ ، $f_{190} = [363, 365]$ ، $f_{191} = [365, 367]$ ، $f_{192} = [367, 369]$ ، $f_{193} = [369, 371]$ ، $f_{194} = [371, 373]$ ، $f_{195} = [373, 375]$ ، $f_{196} = [375, 377]$ ، $f_{197} = [377, 379]$ ، $f_{198} = [379, 381]$ ، $f_{199} = [381, 383]$ ، $f_{200} = [383, 385]$ ، $f_{201} = [385, 387]$ ، $f_{202} = [387, 389]$ ، $f_{203} = [389, 391]$ ، $f_{204} = [391, 393]$ ، $f_{205} = [393, 395]$ ، $f_{206} = [395, 397]$ ، $f_{207} = [397, 399]$ ، $f_{208} = [399, 401]$ ، $f_{209} = [401, 403]$ ، $f_{210} = [403, 405]$ ، $f_{211} = [405, 407]$ ، $f_{212} = [407, 409]$ ، $f_{213} = [409, 411]$ ، $f_{214} = [411, 413]$ ، $f_{215} = [413, 415]$ ، $f_{216} = [415, 417]$ ، $f_{217} = [417, 419]$ ، $f_{218} = [419, 421]$ ، $f_{219} = [421, 423]$ ، $f_{220} = [423, 425]$ ، $f_{221} = [425, 427]$ ، $f_{222} = [427, 429]$ ، $f_{223} = [429, 431]$ ، $f_{224} = [431, 433]$ ، $f_{225} = [433, 435]$ ، $f_{226} = [435, 437]$ ، $f_{227} = [437, 439]$ ، $f_{228} = [439, 441]$ ، $f_{229} = [441, 443]$ ، $f_{230} = [443, 445]$ ، $f_{231} = [445, 447]$ ، $f_{232} = [447, 449]$ ، $f_{233} = [449, 451]$ ، $f_{234} = [451, 453]$ ، $f_{235} = [453, 455]$ ، $f_{236} = [455, 457]$ ، $f_{237} = [457, 459]$ ، $f_{238} = [459, 461]$ ، $f_{239} = [461, 463]$ ، $f_{240} = [463, 465]$ ، $f_{241} = [465, 467]$ ، $f_{242} = [467, 469]$ ، $f_{243} = [469, 471]$ ، $f_{244} = [471, 473]$ ، $f_{245} = [473, 475]$ ، $f_{246} = [475, 477]$ ، $f_{247} = [477, 479]$ ، $f_{248} = [479, 481]$ ، $f_{249} = [481, 483]$ ، $f_{250} = [483, 485]$ ، $f_{251} = [485, 487]$ ، $f_{252} = [487, 489]$ ، $f_{253} = [489, 491]$ ، $f_{254} = [491, 493]$ ، $f_{255} = [493, 495]$ ، $f_{256} = [495, 497]$ ، $f_{257} = [497, 499]$ ، $f_{258} = [499, 501]$ ، $f_{259} = [501, 503]$ ، $f_{260} = [503, 505]$ ، $f_{261} = [505, 507]$ ، $f_{262} = [507, 509]$ ، $f_{263} = [509, 511]$ ، $f_{264} = [511, 513]$ ، $f_{265} = [513, 515]$ ، $f_{266} = [515, 517]$ ، $f_{267} = [517, 519]$ ، $f_{268} = [519, 521]$ ، $f_{269} = [521, 523]$ ، $f_{270} = [523, 525]$ ، $f_{271} = [525, 527]$ ، $f_{272} = [527, 529]$ ، $f_{273} = [529, 531]$ ، $f_{274} = [531, 533]$ ، $f_{275} = [533, 535]$ ، $f_{276} = [535, 537]$ ، $f_{277} = [537, 539]$ ، $f_{278} = [539, 541]$ ، $f_{279} = [541, 543]$ ، $f_{280} = [543, 545]$ ، $f_{281} = [545, 547]$ ، $f_{282} = [547, 549]$ ، $f_{283} = [549, 551]$ ، $f_{284} = [551, 553]$ ، $f_{285} = [553, 555]$ ، $f_{286} = [555, 557]$ ، $f_{287} = [557, 559]$ ، $f_{288} = [559, 561]$ ، $f_{289} = [561, 563]$ ، $f_{290} = [563, 565]$ ، $f_{291} = [565, 567]$ ، $f_{292} = [567, 569]$ ، $f_{293} = [569, 571]$ ، $f_{294} = [571, 573]$ ، $f_{295} = [573, 575]$ ، $f_{296} = [575, 577]$ ، $f_{297} = [577, 579]$ ، $f_{298} = [579, 581]$ ، $f_{299} = [581, 583]$ ، $f_{300} = [583, 585]$ ، $f_{301} = [585, 587]$ ، $f_{302} = [587, 589]$ ، $f_{303} = [589, 591]$ ، $f_{304} = [591, 593]$ ، $f_{305} = [593, 595]$ ، $f_{306} = [595, 597]$ ، $f_{307} = [597, 599]$ ، $f_{308} = [599, 601]$ ، $f_{309} = [601, 603]$ ، $f_{310} = [603, 605]$ ، $f_{311} = [605, 607]$ ، $f_{312} = [607, 609]$ ، $f_{313} = [609, 611]$ ، $f_{314} = [611, 613]$ ، $f_{315} = [613, 615]$ ، $f_{316} = [615, 617]$ ، $f_{317} = [617, 619]$ ، $f_{318} = [619, 621]$ ، $f_{319} = [621, 623]$ ، $f_{320} = [623, 625]$ ، $f_{321} = [625, 627]$ ، $f_{322} = [627, 629]$ ، $f_{323} = [629, 631]$ ، $f_{324} = [631, 633]$ ، $f_{325} = [633, 635]$ ، $f_{326} = [635, 637]$ ، $f_{327} = [637, 639]$ ، $f_{328} = [639, 641]$ ، $f_{329} = [641, 643]$ ، $f_{330} = [643, 645]$ ، $f_{331} = [645, 647]$ ، $f_{332} = [647, 649]$ ، $f_{333} = [649, 651]$ ، $f_{334} = [651, 653]$ ، $f_{335} = [653, 655]$ ، $f_{336} = [655, 657]$ ، $f_{337} = [657, 659]$ ، $f_{338} = [659, 661]$ ، $f_{339} = [661, 663]$ ، $f_{340} = [663, 665]$ ، $f_{341} = [665, 667]$ ، $f_{342} = [667, 669]$ ، $f_{343} = [669, 671]$ ، $f_{344} = [671, 673]$ ، $f_{345} = [673, 675]$ ، $f_{346} = [675, 677]$ ، $f_{347} = [677, 679]$ ، $f_{348} = [679, 681]$ ، $f_{349} = [681, 683]$ ، $f_{350} = [683, 685]$ ، $f_{351} = [685, 687]$ ، $f_{352} = [687, 689]$ ، $f_{353} = [689, 691]$ ، $f_{354} = [691, 693]$ ، $f_{355} = [693, 695]$ ، $f_{356} = [695, 697]$ ، $f_{357} = [697, 699]$ ، $f_{358} = [699, 701]$ ، $f_{359} = [701, 703]$ ، $f_{360} = [703, 705]$ ، $f_{361} = [705, 707]$ ، $f_{362} = [707, 709]$ ، $f_{363} = [709, 711]$ ، $f_{364} = [711, 713]$ ، $f_{365} = [713, 715]$ ، $f_{366} = [715, 717]$ ، $f_{367} = [717, 719]$ ، $f_{368} = [719, 721]$ ، $f_{369} = [721, 723]$ ، $f_{370} = [723, 725]$ ، $f_{371} = [725, 727]$ ، $f_{372} = [727, 729]$ ، $f_{373} = [729, 731]$ ، $f_{374} = [731, 733]$ ، $f_{375} = [733, 735]$ ، $f_{376} = [735, 737]$ ، $f_{377} = [737, 739]$ ، $f_{378} = [739, 741]$ ، $f_{379} = [741, 743]$ ، $f_{380} = [743, 745]$ ، $f_{381} = [745, 747]$ ، $f_{382} = [747, 749]$ ، $f_{383} = [749, 751]$ ، $f_{384} = [751, 753]$ ، $f_{385} = [753, 755]$ ، $f_{386} = [755, 757]$ ، $f_{387} = [757, 759]$ ، $f_{388} = [759, 761]$ ، $f_{389} = [761, 763]$ ، $f_{390} = [763, 765]$ ، $f_{391} = [765, 767]$ ، $f_{392} = [767, 769]$ ، $f_{393} = [769, 771]$ ، $f_{394} = [771, 773]$ ، $f_{395} = [773, 775]$ ، $f_{396} = [775, 777]$ ، $f_{397} = [777, 779]$ ، $f_{398} = [779, 781]$ ، $f_{399} = [781, 783]$ ، $f_{400} = [783, 785]$ ، $f_{401} = [785, 787]$ ، $f_{402} = [787, 789]$ ، $f_{403} = [789, 791]$ ، $f_{404} = [791, 793]$ ، $f_{405} = [793, 795]$ ، $f_{406} = [795, 797]$ ، $f_{407} = [797, 799]$ ، $f_{408} = [799, 801]$ ، $f_{409} = [801, 803]$ ، $f_{410} = [803, 805]$ ، $f_{411} = [805, 807]$ ، $f_{412} = [807, 809]$ ، $f_{413} = [809, 811]$ ، $f_{414} = [811, 813]$ ، $f_{415} = [813, 815]$ ، $f_{416} = [815, 817]$ ، $f_{417} = [817, 819]$ ، $f_{418} = [819, 821]$ ، $f_{419} = [821, 823]$ ، $f_{420} = [823, 825]$ ، $f_{421} = [825, 827]$ ، $f_{422} = [827, 829]$ ، $f_{423} = [829, 831]$ ، $f_{424} = [831, 833]$ ، $f_{425} = [833, 835]$ ، $f_{426} = [835, 837]$ ، $f_{427} = [837, 839]$ ، $f_{428} = [839, 841]$ ، $f_{429} = [841, 843]$ ، $f_{430} = [843, 845]$ ، $f_{431} = [845, 847]$ ، $f_{432} = [847, 849]$ ، $f_{433} = [849, 851]$ ، $f_{434} = [851, 853]$ ، $f_{435} = [853, 855]$ ، $f_{436} = [855, 857]$ ، $f_{437} = [857, 859]$ ، $f_{438} = [859, 861]$ ، $f_{439} = [861, 863]$ ، $f_{440} = [863, 865]$ ، $f_{441} = [865, 867]$ ، $f_{442} = [867, 869]$ ، $f_{443} = [869, 871]$ ، $f_{444} = [871, 873]$ ، $f_{445} = [873, 875]$ ، $f_{446} = [875, 877]$ ، $f_{447} = [877, 879]$ ، $f_{448} = [879, 881]$ ، $f_{449} = [881, 883]$ ، $f_{450} = [883, 885]$ ، $f_{451} = [885, 887]$ ، $f_{452} = [887, 889]$ ، $f_{453} = [889, 891]$ ، $f_{454} = [891, 893]$ ، $f_{455} = [893, 895]$ ، $f_{456} = [895, 897]$ ، $f_{457} = [897, 899]$ ، $f_{458} = [899, 901]$ ، $f_{459} = [901, 903]$ ، $f_{460} = [903, 905]$ ، $f_{461} = [905, 907]$ ، $f_{462} = [907, 909]$ ، $f_{463} = [909, 911]$ ، $f_{464} = [911, 913]$ ، $f_{465} = [913, 915]$ ، $f_{466} = [915, 917]$ ، $f_{467} = [917, 919]$ ، $f_{468} = [919, 921]$ ، $f_{469} = [921, 923]$ ، $f_{470} = [923, 925]$ ، $f_{471} = [925, 927]$ ، $f_{472} = [927, 929]$ ، $f_{473} = [929, 931]$ ، $f_{474} = [931, 933]$ ، $f_{475} = [933, 935]$ ، $f_{476} = [935, 937]$ ، $f_{477} = [937, 939]$ ، $f_{478} = [939, 941]$ ، $f_{479} = [941, 943]$ ، $f_{480} = [943, 945]$ ، $f_{481} = [945, 947]$ ، $f_{482} = [947, 949]$ ، $f_{483} = [949, 951]$ ، $f_{484} = [951, 953]$ ، $f_{485} = [953, 955]$ ، $f_{486} = [955, 957]$ ، $f_{487} = [957, 959]$ ، $f_{488} = [959, 961]$ ، $f_{489} = [961, 963]$ ، $f_{490} = [963, 965]$ ، $f_{491} = [965, 967]$ ، $f_{492} = [967, 969]$ ، $f_{493} = [969, 971]$ ، $f_{494} = [971, 973]$ ، $f_{495} = [973, 975]$ ، $f_{496} = [975, 977]$ ، $f_{497} = [977, 979]$ ، $f_{498} = [979, 981]$ ، $f_{499} = [981, 983]$ ، $f_{500} = [983, 985]$ ، $f_{501} = [985, 987]$ ، $f_{502} = [987, 989]$ ، $f_{503} = [989, 991]$ ، $f_{504} = [991, 993]$ ، $f_{505} = [993, 995]$ ، $f_{506} = [995, 997]$ ، $f_{507} = [997, 999]$ ، $f_{508} = [999, 1001]$ ، $f_{509} = [1001, 1003]$ ، $f_{510} = [1003, 1005]$ ، $f_{511} = [1005, 1007]$ ، $f_{512} = [1007, 1009]$ ، $f_{513} = [1009, 1011]$ ، $f_{514} = [1011, 1013]$ ، $f_{515} = [1013, 1015]$ ، $f_{516} = [1015, 1017]$ ، $f_{517} = [1017, 1019]$ ، $f_{518} = [1019, 1021]$ ، $f_{519} = [1021, 1023]$ ، $f_{520} = [1023, 1025]$ ، $f_{521} = [1025, 1027]$ ، $f_{522} = [1027, 1029]$ ، $f_{523} = [1029, 1031]$ ، $f_{524} = [1031, 1033]$ ، $f_{525} = [1033, 1035]$ ، $f_{526} = [1035, 1037]$ ، $f_{527} = [1037, 1039]$ ، $f_{528} = [1039, 1041]$ ، $f_{529} = [1041, 1043]$ ، $f_{530} = [1043, 1045]$ ، $f_{531} = [1045, 1047]$ ، $f_{532} = [1047, 1049]$ ، $f_{533} = [1049, 1051]$ ، $f_{534} = [1051, 1053]$ ، $f_{535} = [1053, 1055]$ ، $f_{536} = [1055, 1057]$ ، $f_{537} = [1057, 1059]$ ، $f_{538} = [1059, 1061]$ ، $f_{539} = [1061, 1063]$ ، $f_{540} = [1063, 1065]$ ، $f_{541} = [1065, 1067]$ ، $f_{542} = [1067, 1069]$ ، $f_{543} = [1069, 1071]$ ، $f_{544} = [1071, 1073]$ ، $f_{545} = [1073, 10$

٦) إذا كانت: $|a - b| \geq l$, $|b - c| \geq k$ اثبت أن $|a - c| \geq l + k$

٧) اثبت أن:

$$|s| = \left| \frac{s}{|sc|} \right| \quad (a)$$

٨) ارتفاع مثلث يقل عن قاعده بقدر ٨ سم. أوجد الارتفاع المناسب لل مثلث الذي يجعل مساحته أكبر من ١٠ سم.

٩) أوجد مجموعة الحل لكل مما يأتي:

$$s^2 - 2s - 3 > 0 \quad (a)$$

$$|s| < 3 \quad (b)$$

$$s^2 - 4 > 5 \quad (c)$$

$$-4 < \frac{s^3 - 5}{2} \quad (d)$$

١٠) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بقدر ٣ سم، ما طوله الذي يجعل مساحته أصغر من ٢٠ سم؟

١١) أوجد مجموعة حل المتراجحات التالية:

$$s^3 - s^2 \leq 0 \quad (a)$$

$$6 \leq \frac{|s^2 - s - 6|}{|s^3 - 1|} \quad (b)$$

$$-\frac{1}{s^2} \geq \frac{1}{s^3} \quad (c)$$

$$\frac{1}{s^2} \geq \frac{1}{s^3} \quad (d)$$

$$\pi \leq |s| \quad (e)$$

$$s^2 - 2s + 1 < 0 \quad (f)$$

$$s^2 - 2s + 1 > 0 \quad (g)$$

اختبار الوحدة

السؤال الأول

(١) أوجد مجموع وحاصل ضرب جذري كل من المعادلتين التاليتين:

أ) $s^3 - s^5 = 8 - s^2$ ب) $s^5 - s^3 = s^2 - s^0$

(٢) أوجد مجموعة الحل لكل من المتراجحتات التالية:

أ) $s^3 - s^2 \geq 1 < s + s^4$ ب) $|s^2 - s^5| \leq 12$

السؤال الثاني

(١) كون المعادلات في الحالتين التاليتين:

أ) $s_1 s_2 = s_0$ ، $s_1 \times s_2 = 4$

ب) $\frac{3}{4} = s_1 + s_2$ ، $s_1 \times s_2 = -2$

حيث s_1 ، s_2 هما جذراً المعادلة.

(٢) إذا كانت $f_1 = [2, 5]$ ، $f_2 = [-3, \infty)$ أوجد كلاً من:

أ) $f_1 \cup f_2$ ب) $f_1 \cap f_2$

(٣) أوجد مجموعة حل المتراجحة: $s^2 - 3s - 10 \leq 8$

السؤال الثالث

(١) لتكن المعادلة: $s^3 - (s^5 + s^2) = (s^5 - s^4) - s^0 = 0$

(أ) أوجد مجموع الجذرين وحاصل ضربهما بدلالة s ،

(ب) ما قيمة s التي تجعل أحد جذري المعادلة = 1 .

(٢) أوجد مجموعة حل المتراجحة: $|s^2 - s^3| \geq 3$

(٣) حل جملة المتراجحتين التاليتين:

$s^3 - 2s \leq 4$ ، $s - 4s - 3 > 0$

حساب المثلثات

تمارين عامة وسائل

١) حول إلى التقدير الدائري:

$$\text{أ) } 360^\circ \quad \text{ب) } -70^\circ \quad \text{ج) } 310^\circ \quad \text{د) } 520^\circ$$

٢) حول إلى التقدير الستيني:

$$\text{أ) } \frac{\pi}{3} \text{ م} \quad \text{ب) } \pi \text{ م} \quad \text{ج) } \frac{\pi}{9} \text{ م} \quad \text{د) } -\frac{\pi}{18} \text{ م}$$

$$\text{أ) } 2\pi \text{ م} \quad \text{ب) } \frac{\pi}{2} \text{ م} \quad \text{ج) } \pi \text{ م} \quad \text{د) } \frac{\pi}{3} \text{ م}$$

٣) في دائرة طول نصف قطرها يساوي ٢٠ سم، اوجد طول القوس الذي يقابل

زاوية مركبة قياسها θ حيث:

$$\theta = 60^\circ \text{ ب) } \theta = \frac{3}{4}\pi \text{ م ج) } \theta = 120^\circ \text{ د) } \theta = \frac{4}{3}\pi \text{ م}$$

٤) أوجد نصف قطر الدائرة التي فيها طول القوس الذي يقابل الزاوية $\frac{\pi}{6}$ م

يساوي ٢٠ سم.

$$\text{إذا كان } \theta \text{ ظاس} = 4 \text{ أوجد قيمة } \frac{5 \text{ جاس} - 3 \text{ جتاس}}{5 \text{ جاس} + 2 \text{ جتاس}}$$

٥) إذا كان $\text{جاس} = \frac{3}{5}$ أوجد قيمة: θ جtas ب) ظاس

٦) بدون استخدام جداول المثلثات أوجد قيمة كل من:

$$\text{أ) } 4 \text{ جتا}^2 45^\circ - \text{قا}^2 60^\circ + \text{جا}^2 60^\circ + \text{جتا}^2 90^\circ$$

$$\text{ب) } \frac{\text{جا}^2 60^\circ}{\text{جتا}^2 45^\circ} - \text{ظتا}^2 30^\circ + \text{جتا}^2 90^\circ$$

(٨) إذا كانت $\text{جا}^{\circ} + \text{جتا}^{\circ} = \sqrt{2}$ جا ($90 - \text{هـ}$) أوجد ظتا هـ .

(٩) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة كلٌّ مما يأتي:

$$(١) \quad \text{جا}^{\circ} 67 - \text{ظا}^{\circ} 23 - \text{جا}^{\circ} 55 \quad (٢) \quad \text{جا}^{\circ} 35 - \text{جا}^{\circ} 50$$

$$(٣) \quad \begin{array}{r} \text{جا}^{\circ} 20 + \text{جتا}^{\circ} 70 \\ \hline \text{جا}^{\circ} 31 + \text{جا}^{\circ} 59 \end{array}$$

$$(٤) \quad \left(\frac{\text{جا}^{\circ} 47}{\text{جا}^{\circ} 43} \right)^2 + \left(\frac{\text{جا}^{\circ} 47}{\text{جا}^{\circ} 43} \right)^2 - \left(\frac{\text{جتا}^{\circ} 45}{\text{جتا}^{\circ} 43} \right)^2$$

(١٠) إذا كان هـ قياس زاوية في الوضع القياسي وكان ضلعها النهائي يقطع دائرة

الوحدة في نقطة إحدايهما ($s, \frac{1}{2}$) فإن هـ يساوي:

$$(١) \quad \text{جا}^{\circ} 30 \quad (٢) \quad \text{جا}^{\circ} 150 \quad (٣) \quad \text{جا}^{\circ} 210 \quad (٤) \quad \text{جا}^{\circ} 330 \quad (٥) \quad \text{جا}^{\circ} 210 \quad (٦) \quad \text{جا}^{\circ} 150 \quad (٧) \quad \text{جا}^{\circ} 30$$

(١١) إذا كان $\text{جا}^{\circ} \text{هـ} = \frac{3}{5}$ ، $\text{جا}^{\circ} \text{سـ} = \frac{9}{10}$ ، $\text{جا}^{\circ} \text{بـ} = \frac{1}{2}$ ، $\text{جا}^{\circ} \text{ثـ} = \frac{1}{3}$ ، $\text{جا}^{\circ} \text{رـ} = \frac{1}{4}$ أوجد قيمة ظا $\text{هـ} + \text{جتا}^{\circ} \text{هـ}$.

(١٢) إذا كان $\text{هـ} \text{ ظا}^{\circ} 12 = \text{جا}^{\circ} 180, \text{جا}^{\circ} 12 = \text{ظا}^{\circ} 270, \text{جا}^{\circ} 3 = \text{جا}^{\circ} 90, \text{جا}^{\circ} 3 > \text{بـ} > \text{ثـ} > \text{سـ} > \text{هـ} > \text{بـ} > \text{ثـ} > \text{سـ} > \text{هـ}$

فأوجد قيمة: $\frac{\text{جا}^{\circ} 180 + \text{جتا}^{\circ} 90}{\text{ظا}^{\circ} 180 + \text{ظا}^{\circ} 180}$.

(١٣) زاوية هـ في الوضع القياسي يقطع ضلعها النهائي في دائرة الوحدة في النقطة

$(-8^{\circ}, -8^{\circ})$ أوجد هـ (٥).

(١٤) أثبت أن:

$$(١) \quad (\text{قا}^{\circ} \text{هـ} - \text{ظا}^{\circ} \text{هـ}) = \frac{1 - \text{جا}^{\circ} \text{هـ}}{1 + \text{جا}^{\circ} \text{هـ}}$$

$$(٢) \quad \frac{2 \text{ ظا}^{\circ} \text{هـ}}{1 + \text{ظا}^{\circ} \text{هـ}} = 2 \text{ جا}^{\circ} \text{هـ جتا}^{\circ} \text{هـ}$$

$$(٣) \quad \frac{1}{1 + \text{قتا}^{\circ} \text{هـ}} + \frac{1}{1 - \text{قتا}^{\circ} \text{هـ}} = 2 \text{ قا}^{\circ} \text{هـ ظا}^{\circ} \text{هـ}$$

$$(٤) \quad \frac{\text{ظا}^{\circ} \text{سـ} + \text{ظتا}^{\circ} \text{سـ}}{\text{قا}^{\circ} \text{سـ} \text{قتا}^{\circ} \text{سـ}} = \text{جا}^{\circ} 90$$

(١٥) برهن أن: **a**) $\text{جتا}^4 \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) - \text{جا}^4 \theta = \text{صفر}$

b) $\text{جتا}^4 \left(\frac{\pi}{4} - \theta \right) - \text{جا}^4 \left(\frac{\pi}{4} + \theta \right) = \text{صفر}$

(١٦) إذا كان $2 \cdot \text{قا} \theta = 3$ حيث $0 < \theta < 90^\circ$ أوجد قيمة:

$$\text{جا}(\pi - \theta) \cdot \text{ظتا}(\pi - \theta) - \text{جا}^{120^\circ} + \text{ظا}^{60^\circ}$$

(١٧) إذا كان $\text{قا} \theta = \frac{\sqrt{13}}{2}$ حيث $0 < \theta < 90^\circ$ أوجد قيمة كل من: $\text{جتا} \theta$, $\text{جا} \theta$, $\text{ظا} \theta$

(١٨) باستخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة كل من:

a) $\text{جتا}^{90^\circ} \quad \text{بـ} \quad \text{ظا}^{35^\circ} \quad \text{جـ} \quad \text{جا}^{65,7^\circ}$

(١٩) (باستخدام الآلة الحاسبة) أوجد قيمة ص إذا علم أن:

a) $\text{جا} \text{ص} = 0,9926 \quad \text{بـ} \quad \text{ظا} \text{ص} = 2,0353$

جـ) $\text{جتا} \text{ص} = 0,7645 \quad \text{دـ} \quad \text{ظتا} \text{ص} = 0,6561$

(٢٠) \overline{AB} مثلث قائم الزاوية في B . أوجد طول \overline{AB} إذا كان:

a) $| ج | = 70 \text{ سم} , \quad و (\text{حـ جـ}) = 50^\circ$

b) $| ج | = 20 \text{ سم} , \quad و (\text{حـ جـ}) = 18^\circ$

(٢١) \overline{AC} مثلث قائم الزاوية في C . أوجد طول \overline{AC} إذا كان:

a) $| AB | = 43,5 \text{ سم} , \quad و (\text{حـ بـ}) = 70^\circ$

b) $| AB | = 110,5 \text{ سم} , \quad | AB | = 110,5 \text{ سم}$

(٢٢) مئذنة ارتفاعها ٤٥ م أوجد قياس زاوية ارتفاع أعلى نقطة فيها من نقطة في المستوى الأفقي المار بقاعدتها وتبعد عنها ٣٨ م.

(٢٣) من نقطة تبعد ١٥٠ مترًا عن قاعدة سارية علم وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة السارية $10^\circ 25$ فما ارتفاع السارية مقاربة الإجابة لأقرب متر؟

(٢٤) من قمة صخرة ارتفاعها ١٠٠ متر عن سطح البحر وجد أن قياس زاوية انخفاض سفينة $14^\circ 25$ أوجد بعد السفينة عن قاعدة الصخرة.

اختبار الوحدة

(١) ارسم كل من الزاويتين الموجهتين الآتيتين في وضعهما القياسي مبيناً الربع الذي

تقع فيه، ثم أوجد القياس الأساسي لكل منها:

(ب) ${}^{\circ} 2250$

(أ) ${}^{\circ} 850 -$

(٢) حول إلى التقدير الدائري:

(ب) ${}^{\circ} 75 -$

(أ) ${}^{\circ} 240 -$

(٣) حول إلى التقدير الستيني:

(ب) $\pi 5 - \pi / 6$

(أ) $\pi / 6 - \pi / 5$

(٤) في دائرة نصف قطرها ٩ سم ، أوجد طول القوس الذي يقابل زاوية مقدارها 150° .

(٥) إذا كانت $\theta = 2$ ، $\pi > \theta > \frac{\pi}{2}$ أوجد قيمة جتا θ ، جا θ ، قا θ ، ظتا θ

(٦) أثبت أن:

$$2 \operatorname{جتا} 30^{\circ} \operatorname{جا} 60^{\circ} + \operatorname{ظتا} 45^{\circ} \operatorname{قطا} 30^{\circ} = \frac{7}{3}$$

(٧) أوجد قيمة كل مما يأتي:

(ب) ظتا 150°

(أ) قتا 135°

(٨) إذا كان قياس زاوية ميل أشعة الشمس على الأفقي في لحظة ما هو 57°

ووضعت عصا طولها ١٥٠ سم رأسياً على أرض أفقيه. أوجد طول العصا على الأرض في هذه اللحظة.

تمارين عامة وسائل

(١) أوجد إحداثي منتصف القطعة الواصلة بين النقطتين $(-2, 3), (4, 7)$.

(٢) ليكن $A(1, -4), B(1, 3), C(-2, 3)$.

(أ) حدد النقاط A, B, C في المستوى الإحداثي.

(ب) أثبت أن A, B, C هي رؤوس مثلث قائم الزاوية.

(٣) أوجد ميل المستقيم الواصل بين النقطتين $(-3, 2), (1, 4)$.

(٤) النقطة $(s, 0)$ تقع على المستقيم الواصل بين النقطتين $(6, 3)$ و $(-5, 12)$.
أوجد قيمة s .

(٥) ليكن $A(2, -3), B(-1, 1), C\left(\frac{1}{3}, 2\right)$. أثبت أن $AB \perp BC$.

(٦) ليكن $A(5, -4), B(-1, 4), C(-5, 8)$. فأوجد:

(أ) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة C والعمودي على AB .

(ب) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة B والموازي للمستقيمين $s + c = 2$ و $s + c = 0$.

(٧) ليكن المستقيم L معادلته $3s + 4c + 12 = 0$. فأوجد:

(أ) ميل L :

(ب) الجزء الذي يقطعه L من محوري الأحداثيات.

(ج) ارسم L .

(٨) أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بال نقطتين $(1, 1)$ ، $(2, -1)$.

(٩) ارسم المستقيمات التالية:

(أ) $3s - 4c = 12$.
ب) $c - 2s = \frac{1}{2}(s + 3)$.

ج) $2s - 7c = 14$.

(إرشادات: أوجد نقطتي تقاطع كل مستقيم مع محوري الإحداثيات.)

(١٠) ليكن $A(-1, 2)$ ، $B(5, 3)$ ، $C(0, 2)$ هي رؤوس مثلث. أوجد معادلة:

أ) الضلع AB العمودي من A على \overline{BC}

ج) المتوسط النازل من C .

(١١) أوجد بعد كل نقطة من النقاط $(-2, 1)$ ، $(2, -1)$ ، $(5, 2)$ عن

المستقيم $2s + c = 2$.

(١٢) أحسب مساحة المثلث الذي رؤوسه النقاط $(1, 3)$ ، $(4, 1)$ ، $(0, 2)$.

(١٣) أحسب مساحة الشكل الرباعي الذي رؤوسه النقاط $(1, 4)$ ، $(4, 1)$ ، $(2, 1)$ ، $(0, 2)$.

(١٤) ما صورة النقطة $(1, 3)$ بالانعكاس في المستقيم:

أ) $c + s - 1 = 0$.
ب) $s - 2c = 1$.

ج) $2s = 3c + 1$.
د) $\frac{s}{2} + \frac{c}{3} = 1$.

(١٥) ما صورة المستقيم $c - s + 1 = 0$ بالانعكاس في المستقيم:

أ) $s - 2c = 1$.
ب) $c - s = 2$.

ج) $2s = c$.
د) $\frac{s}{2} + \frac{c}{5} = 1$.

(١٦) أوجد صورة الشكل الرباعي الذي رؤوسه $(1, 4), (1, 1), (2, 2), (3, 4)$ بالانعكاس في المستقيم $3x - y = 0$:

(١٧) أوجد صورة النقطة $(5, -1)$ بانسحاب :

أ) $(2, 3)$
ب) $(-4, 3)$
ج) $(1, 2)$

د) $(0, 5)$

(١٨) أوجد المستقيمات التي صورها بانسحاب $(-3, -1)$ هي :

أ) $x - 2y = 4$
ب) $x - 2y = 0$

ج) $x + 2y = 1$
د) $x = 1 - 2y$

(١٩) أوجد الانسحاب إذا علمت أن النقطة $(3, 7)$ صورتها النقطة $(6, 2)$ ، ثم
أوجد إحداثي النقطة h التي صورتها $(5, 6)$ تحت تأثير هذا الانسحاب.

(٢٠) أوجد ميل المستقيم وما يقطعه من محوري الإحداثيات في الحالات التالية:

أ) $x + y = 0$

ب) موازٍ للمستقيم $2x - y = 2$ وير بالنقطة $(1, 2)$.

ج) يمر بال نقطتين $(1, 2), (3, 1)$.

د) عمودي على المستقيم $3x - y = 5$ وير بالنقطة $(-1, 3)$.

(٢١) أوجد معادلة المستقيم في الحالات التالية:

أ) يقطع ٥ وحدات طولية من الاتجاه الموجب لمحور السينات وميله $-\frac{2}{3}$

ب) يمر بالنقطة $(0, 2)$ ويوazi المستقيم $y = 3x + 2$

ج) يمر بالنقطة $(1, 3)$ وعمودي على المستقيم $3x - y = 6$

د) يمر بال نقطتين $(3, 2), (4, 3)$

٦) يقطع ٣ وحدات طولية من الاتجاه الموجب لمحور السينات و ٤ وحدات طولية من الاتجاه السالب لمحور الصادات.

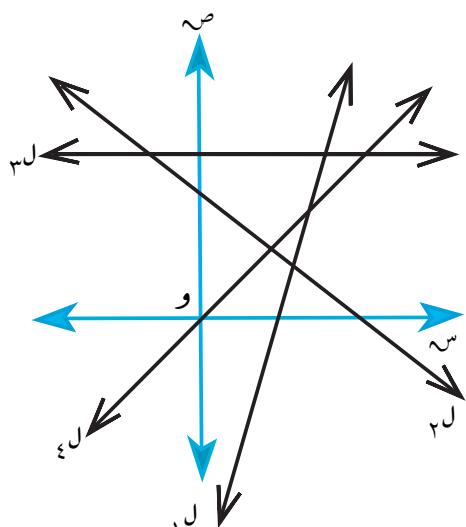
٧) يقطع ٣ وحدات طولية من الاتجاه السالب لمحور الصادات ويميل بزاوية 45° على الاتجاه الموجب لمحور السينات.

(٢٢) (١، ٢)، ب (٥، ٣)، ج (-١، ٣) هي رؤوس المثلث $\triangle ABC$ أوجد:

أ) معادلة متوسط المثلث $\triangle ABC$. **ب)** معادلة ارتفاع المثلث $\triangle ABC$.

ج) طول ارتفاع المثلث.

(٢٣) أوجد المستقيمات المارة بالنقطة (٦، -١) وحاصل ضرب ما تقطعه من محوري الإحداثيات يساوي ١.



شكل (١-٧)

(٢٤) اربط المستقيمات L_1, L_2, L_3, L_4 ،

المرسومة بالتقريب بالشكل (١-٧) بالمعادلات A, B, C, D التالية:

$$A) \quad 4s = c$$

$$B) \quad 4s - 3c = 0$$

$$C) \quad 2s + 3c = 6$$

$$D) \quad 3s = c$$

(٢٥) أوجد صورة النقطة (-١، ٣) بالانعكاس في محور السينات يليه بالانعكاس في المستقيم $c = 4$.

(٢٦) أوجد صورة النقطة (١، ٣) بالانعكاس في المستقيم $c = 4$ يليه بالانعكاس في محور السينات. قارن نتيجتك بنتيجة سؤال (٢٥).

(٢٧) أوجد معادلة محور الانعكاس لكل نقطة و صورتها في الحالات التالية:

أ) $\text{ص} = 6$ ، $(1, 2)$ ، $(1, 9)$. ب) $\text{ص} = 6$ ، $(1, 0)$ ، $(3, 0)$.

ج) $\text{ص} = 6$ ، $(1, 0)$ ، $(2, 1)$.

(٢٨) أوجد صورة النقطة $(1, 2)$ بالانعكاس في :

أ) المستقيم $\text{ص} + \text{س} = 6$ يليه بالانعكاس في المستقيم $\text{ص} = 4$

ب) المستقيم $\text{ص} = 4$ يليه بالانعكاس في المستقيم $\text{ص} + \text{س} = 6$

ج) هل الانعكاس تبديل في هذه الحالة؟

(٢٩) لنفرض $\text{ن} : (\text{s}, \text{ص}) \leftarrow (\text{s} + 2, \text{ص} + 4)$ ، والنقاط $\text{ا} (4, 2)$ ،

$\text{ب} (s_1, \text{ص}_1)$ ، $\text{ج} (s_2, \text{ص}_2)$:

أ) أوجد صورة النقطة ا بالانسحاب ن .

ب) إذا كان $\text{n}(\text{ب}) = \text{ا}$ أوجد قيمتي s ، ص .

ج) إذا كان $\text{n}^2(\text{ا}) = (\text{n} \circ \text{n})(\text{ا}) = \text{ج}$ أوجد قيمتي s_2 ، ص_2 .

د) أوجد النقطة د بحيث أن $\text{n}^2(\text{د}) = \text{ا}$.

(٣٠) إذا كان $\text{n} : (\text{s}, \text{ص}) \leftarrow (3, 2) \leftarrow (5, 4) \leftarrow (5, 2)$

$\text{n}^2 : (\text{s}_2, \text{ص}_2) \leftarrow (\text{s}_1, \text{ص}_1)$

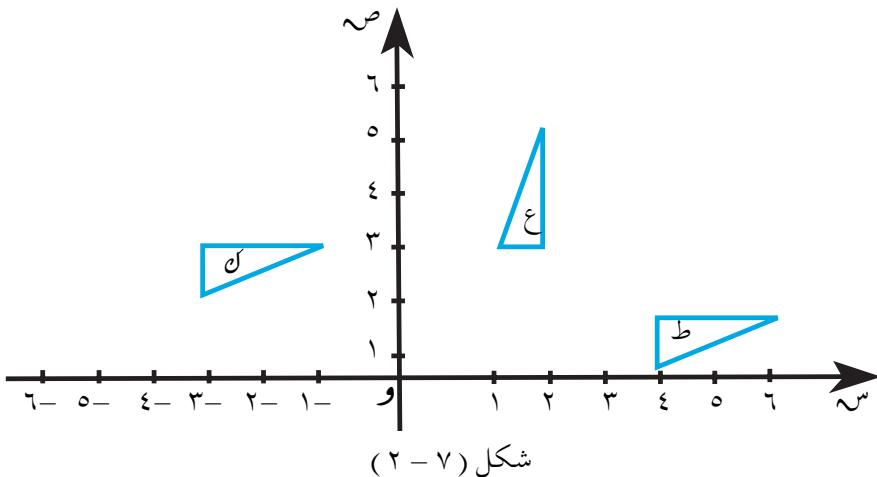
أوجد النقطة $(7, 6)$ بالانسحابات التالية:

أ) n_1 ب) n_2 ج) $\text{n}_1 \circ \text{n}_2$

د) $\text{n}_2 \circ \text{n}_1$ هـ) n_1

(٣١) الشكل (٢ - ٧) يوضح المثلثات ع ، ط ، ل .

- أ) أوجد معادلة محور الانعكاس الذي يربط Δ ع ب Δ ط .
- ب) أوجد الانسحاب الذي يربط Δ ل ب Δ ط .



اختبار الوحدة

(١) ليكن المستقيم L معادلته $s - 2x + 2 = 0$ فأوجد :

أ) ميل L

ب) ما يقطعه L من محوري الإحداثيات .

ج) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-1, 2)$ والعمودي على L .

د) أوجد طول العمود النازل من النقطة $(2, -2)$ على L .

(٢) أوجد صورة المستقيم $s - 2x + 1 = 0$ بالانعكاس في المستقيم $x - 3s = 0$.

أ) بالانسحاب $(1, 3)$.

ب) بالانسحاب $(1, 3)$.

تمارين عامة وسائل

(١) اكمل ما يلي:

(أ) $\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2$ إذا كان $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = \dots$

(ب) إذا كان $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B}$ فإن \dots .

(ج) إذا كان $\vec{A} = (\vec{B}, \vec{C})$ فإن قيمة $\vec{A} = \dots$, قيمة $\vec{B} = \dots$

(د) إذا كانت $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}, \vec{D}$ ، وخمس نقاط في المستوى فإن:

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} + \vec{E} = \dots$$

(هـ) إذا كان $\vec{F}_1 = \vec{s} + \vec{r} + \vec{t}$, $\vec{F}_2 = (\vec{r} - \vec{s}) + \vec{t}$ فإن $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \dots$

(و) إذا كان $\vec{s} = (3, 5)$, $\vec{c} = (25 - 15, 0)$
فإن المتجهان \vec{s} , $\vec{c} = \dots$

(ز) إذا كان $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{B} + \vec{C} + \vec{A}$ فإن المتجهان \vec{A} , \vec{B} , $\vec{C} = \dots$

(حـ) إذا كانت \vec{v} منتصف \vec{AB} فإن:

$$-\vec{v} + \vec{a} = \vec{b} - \vec{v} \quad \dots$$

(طـ) إذا كان $\vec{m} = (3, 2)$, $\vec{d} = (6, k)$ وكان $\vec{m} \perp \vec{d}$ فإن قيمة $k = \dots$

(يـ) إذا كان $\vec{F} = (\sqrt{5}, 3)$ فإن:

$$|\vec{F}| = \dots$$

- قياس الزاوية التي يصنعها المتجه \vec{F} مع المحور س الموجب ...

- متجه الوحدة في اتجاه المتجه \vec{F} هو $\vec{F}^* = \dots$

(٢) إذا كان $\overrightarrow{a} = (5, -2)$, $\overrightarrow{b} = (3, 6)$, $\overrightarrow{c} = (-1, 1)$,
 $\overrightarrow{f} = \overrightarrow{b} - 2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{c}$ المطلوب:

(أ) عَبَرَ عن \overrightarrow{f} بدلالة متجهي الوحدة الأساسية.

(ب) إذا كان $\overrightarrow{m} - \overrightarrow{f} = \overrightarrow{g}$ فأوجد $|\overrightarrow{m}|$.

(ج) أوجد بجميع الصور المختلفة معادلة المستقيم AB .

(٣) A بـ J ، B شكل رباعي بحيث $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{a}$ وكانت $\overrightarrow{A} = (1, 1)$, $B = (2, 2)$, $J = (-2, 0)$ المطلوب:

(أ) أوجد إحداثي النقطة J . (ب) حدد نوع الشكل الرباعي ABJ .

(ج) أوجد قياس الزوايا الداخلية للشكل الرباعي.

(د) أوجد بجميع الصور معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة J ويباوزي المتجه AB .

(٤) إذا كانت $\overrightarrow{a} = (-1, 2)$, $\overrightarrow{b} = (1, 3)$, $\overrightarrow{c} = (3, 8)$ فأوجد قيمة k
التي تتحقق المعادلة $\overrightarrow{a} + k\overrightarrow{b} = \overrightarrow{c}$ ثم أوجد $|\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}|$.

(٥) إذا كان $\overrightarrow{a} = (12, 15)$, $\overrightarrow{b} = (7, -9)$ فأوجد $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ إذا كان
 $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = (3, 5)$ وأثبت أن $\overrightarrow{b} = (-1, 2)$ ثم أوجد إحداثي النقاط
 A , B , C .

(٦) إذا كان \overrightarrow{f}_1 , \overrightarrow{f}_2 متجهين وكان $|\overrightarrow{f}_1| = 2$, $|\overrightarrow{f}_2| = 3$ وقياس الزاوية
بينهما 60° فأوجد:

(أ) $\overrightarrow{f}_1 \cdot \overrightarrow{f}_2$ (ب) $(\overrightarrow{f}_1 + \overrightarrow{f}_2)^2$

(ج) إذا كان $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{f}_1 + \overrightarrow{f}_2$ فأوجد $|\overrightarrow{a}|$.

(٧) إذا كانت $(s, c) = L(3, -2) + (4, 5)$ فاثبت أن: $s + 3c = 22$

(٨) إذا كان $\overrightarrow{f} = (s, c)$ فاثبت أن:

$(\overrightarrow{f} \cdot \overrightarrow{s}) \overrightarrow{s} + (\overrightarrow{f} \cdot \overrightarrow{c}) \overrightarrow{c} = \overrightarrow{f}$

٩ أثبت أنه إذا كان $(\vec{f}_1 + \vec{f}_2) = |\vec{f}_1| + |\vec{f}_2|$ فإن \vec{f}_1, \vec{f}_2 متعامدان.

١٠ ب ج شكل رباعي بحيث $\vec{a} = \frac{2}{3}\vec{b}$ ج أثبت أن:

أ) الشكل ب ج شبه منحرف.

$$b) \vec{a} + \vec{b} = \frac{5}{3}\vec{b}$$

١١ ب ج مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ل أثبت أن: $\vec{a} + \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{l}$

١٢ ب ج مثلث، $\vec{b} = \vec{c} + \vec{a}$ اثبت أن $2\vec{a} + 3\vec{b} = 5\vec{c}$

١٣ إذا كان $\vec{a} + 3\vec{b} = 2\vec{a}$ اثبت أن:

أ ، ب ، ج على إستقامة واحدة.

١٤ إذا كانت $\vec{d} = \vec{a}$ هي المعادلة المتجهة لل المستقيم L، (١، ٣، ٥). المطلوب:

أ) ارسم المستقيم L .

ب) أوجد المعادلتين الوسيطتين لل المستقيم L .

ج) أوجد المعادلة الجبرية (الديكارتية) لل المستقيم L .

اختبار الوحدة

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) إذا كان $\vec{F}_1 = (\vec{s} + \vec{c})$, $\vec{F}_2 = (15, -9)$ فإن المتجهين:

(٢) متعامدان. (٣) متوازيان.

(ب) إذا كان $\vec{A}\vec{B} = (1, 2)$, $\vec{B}\vec{C} = (3, 5)$ فإن $\vec{A}\vec{C}$ يساوي:

(١) $(1, 6)$. (٢) $(1, 4)$. (٣) $(1, -6)$.

(ج) إذا كان $\vec{F}_1 = \vec{s} - \vec{c}$, $\vec{F}_2 = (1, 2)$ فإن $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$ يساوي:

(١) 11 (٢) 5 (٣) -5

(أ) إذا كان (١، ٢)، (٢، ٣)، (٣، ٦)، (٤، ٥)، (٥، ٢) المطلوب

إثبات أن:

$$\vec{A}\vec{B} = \vec{B}\vec{C} \quad (١)$$

(ب) إذا كان $\vec{F}_1 = (3, 5)$, $\vec{F}_2 = (-4, 8)$, $\vec{F}_3 = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$ المطلوب:

(١) عَبَرْ عن \vec{F} بدلالة متجهي الوحدة الأساسية.

(٢) أوجد المعادلة المتجهة لل المستقيم ل الذي يمر بمبداً تقاطع الإحداثيات

ويوازي المتجه \vec{F} .

(٣) أ) ب ج مثلث، و $\vec{B}\vec{C}$ بحيث يكون $\vec{B}\vec{C} = 3\vec{B}\vec{A}$

أثبت أن: $\vec{A}\vec{C} + \vec{A}\vec{B} = 4\vec{A}\vec{B}$

تمارين عامة وسائل

(١) اكتب المقادير التالية باستخدام مجـ :

(أ) $0 + 1 + \dots + (n - 1)$

(ب) $25 + \dots + 10 + 9 + 8$

(ج) $1 \times n + \dots + 5 \times 5 + 5 \times 4 \times 3 + \dots + 5 \times 1$

(د) $(5 -) + (4 -) + \dots + (3 -) + (2 -) + (1 -)$

(٢) أوجد ناتج ما يلي :

(أ) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{12}$ (ب) $\frac{1}{1} \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{1}$ (ج) $\frac{1}{1} \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}$

(د) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 15$

(٣) إذا كانت $\frac{1}{5} \times \frac{1}{10} = 4$ ، $\frac{1}{1} \times \frac{1}{10} = 6$ ، أوجد قيمة :

(أ) $\frac{1}{1} \times (2 \times 3 + 1)$ (ب) $\frac{1}{1} \times (1 \times 10 - 1)$ (ج) $\frac{1}{1} \times (10 - 5)$

(٤) جدول التوزيع التكراري التالي يمثل درجات ١٨ طالباً في امتحان مادة الرياضيات (الدرجة العظمى ٦٠)

الفئة	التكرار
٤٨ - ٥٨	٢
٣٧ - ٤٧	٨
٢٦ - ٣٦	٥
١٥ - ٢٥	٣

أوجد - المتوسط الحسابي - الوسيط - المنوال .

(٥) فيما يلي درجات ٢٥ طالباً في اختبار (الدرجة العظمى ٢٠) :

١٥، ١٧، ١٧، ١٩، ١٩، ١٤، ١٤، ١٣، ١٣، ٨، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٠، ٩، ١٢، ٢٠، ١٧، ١٥، ٧،

١٥، ٦، ٦، ١٩، ١، ١٤، ٣، ١٤، ١٥

كُون جدولًا بحيث يكون طول الفئة يساوي ٣، ثم أوجد المتوسط الحسابي والمنوال والوسيط لهذه الدرجات.

(٦) أوجد الانحراف المتوسط والمدى والتباين للقيم التالية :

٢٣، ٣٥، ٣٢، ٣٦ (ب) ١٦، ١٤، ١٢، ١٥، ١٢ (أ)

٦، ٦، ٥، ٤، ٤، ٤، ٣ (د) ١٢، ١٥، ١٣، ١٠، ٨ (ج)

(٧) فيما يلي جدول التوزيع التكراري لعمال أحد المصانع موزعين في فئات حسب ساعات العمل الأسبوعية التي اشتغلواها في أسبوع معين.

فئات ساعات العمل						عدد العمال
٧٤-٧٦	٧٥-٦٧	٦٦-٥٨	٥٧-٤٩	٤٨-٤٠	٣٩-٣١	
٥	٨	٣٣	٤٤	٦٧	١٨	

أوجد - المتوسط الحسابي والانحراف المتوسط والتباين لعدد ساعات العمل الأسبوعية لهؤلاء العمال.

(٨) ٢٦، ٣١، ٣٢، ٢٥، ١٤، ١٠، ٢٥، ١٥، ١٢، ٢٠، ١٨، ١٥، ١٥، ١٤، ٢٥، ٢١، ١٨، ١٥، ١٢، ٢٠، ١٤، ١٠، ٢٥

٢٤، ٣٣، ٣٤، ٢٩، ٢٥، ٢٨، ٥٣، ٤٨، ٣٥، ٣٦، ٤٥، ٥٠، ٥٢

٣٠، ٣٦، ٣٧، ٥٣، ٤٠، ٣٤، ٤٣، ٣٢، ٢٢، ٤٠، ٥٤، ٢٧، ٢٠

٣٨، ٣٩، ٣٢، ٣٨، ٣٥، ٣٨، ٣١، ٢٨، ٣١، ٢٨، ٣٢، ٣٩، ٣٨

البيانات السابقة درجات خمسين طالباً في اختبار مادة اللغة العربية (الدرجة العظمى ٦٠ درجة) والمطلوب :

(أ) كُون جدولًا تكرارياً بحيث يكون طول الفئة يساوي ٨ .

(ب) أوجد الانحراف المتوسط لدرجات هؤلاء الطلبة.

(ج) أوجد التباين والانحراف المعياري.

اختبار الوحدة

(١) اكتب المقادير التالية باستخدام الرمز مج:

(أ) $1 + \dots + 2 + 1 + 0 + 8 + 6$ (ب) $12 + \dots + 2 + 1 + 0 + 8 + 6 + \dots + 2 + 1 + 0$

(ج) $(13 - 12) + (12 - 11) + \dots + (6 - 5)$

(د) $اس_1 + اس_2 + اس_3 + \dots + اس_n$

(٢) ليكن لدينا البيانات الإحصائية التالية:

$س_1 = 15, س_2 = 20, س_3 = 22, س_4 = 18$

$ع_1 = 3, ع_2 = 4, ع_3 = 5, ع_4 = 8$

استخدم البيانات السابقة في إيجاد قيمة ما يلي :

(أ) محرٌ سر (ب) محرٌ سر ع (ج) محرٌ سر ع^٢ (د) محرٌ سر ع^٣

(٣) أوجد المنوال والمتوسط الحسابي والانحراف المتوسط للبيانات التالية:

الرتبة	مركز الفئة	التكرار	الفئات
٨٤	٤٢	٢	٤٤ – ٤٠
١٤١	٤٧	٣	٤٩ – ٤٥
٤٦٨	٥٢	٩	٥٤ – ٥٠
٢٨٥	٥٧	٥	٥٩ – ٥٥
١٨٦	٦٢	٣	٦٤ – ٦٠

(٤) أوجد الانحراف المتوسط والتباين لبيانات الجدول التالي :

الفئات	التكرار
٥٨ – ٤٨	٢
٤٧ – ٣٧	٨
٣٦ – ٢٦	٥
٢٥ – ١٥	٣

تم بحمد الله